

SECRETARIA MUNICIPAL DE EDUCAÇÃO DE SÃO PAULO

Coleção Componentes Curriculares em Diálogos
Interdisciplinares a Caminho da Autoria

Direitos de Aprendizagem dos Ciclos Interdisciplinar e Autoral

MATEMÁTICA



**PREFEITURA DE
SÃO PAULO**
EDUCAÇÃO

DIRREIA

Prefeitura da Cidade de São Paulo

Fernando Haddad

Prefeito

Secretaria Municipal de Educação

Nadia Campeão

Secretária

Fátima Aparecida Antônio

Secretária Adjunta

Marcos Rogério de Souza

Chefe de Gabinete

Coordenadoria Pedagógica

Ana Lúcia Sanches

Coordenadora

DIEFEM

Marcia Cordeiro Moreira

Diretora

DIEFEM

Carlos Eduardo dos Santos

Conceição Letícia Pizzo Santos

Edson Dos Santos Junior

Fernando Jorge Barrios

Hugo Luiz de Menezes Montenegro

Jandira de Oliveira Costa

Leila Aparecida Anselmo de Lima

Luiz Fernando Costa de Lourdes

Marcos Ferreira da Fonseca

Maria Alice Machado da Silveira

Marisa Aparecida Romeiro Noronha

Nilza Isaac de Macedo

APREND

Revisão Final

Ana Lúcia Sanches

Daniela da Costa Neves

Fernando José de Almeida

Maria das Mercês Ferreira Sampaio

Maria Helena Bertolini Bezerra

Maria Selma de Moraes Rocha

Simone Alves Costa

SECRETARIA MUNICIPAL DE EDUCAÇÃO
COORDENADORIA PEDAGÓGICA
DIVISÃO DE ENSINO FUNDAMENTAL E MÉDIO

Direitos de Aprendizagem
dos Ciclos Interdisciplinar e Autoral
MATEMÁTICA

Coleção Componentes Curriculares em Diálogos
Interdisciplinares a Caminho da Autoria

SÃO PAULO | 2016

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

São Paulo (SP). Secretaria Municipal de Educação. Coordenadoria Pedagógica.
Divisão de Ensino Fundamental e Médio.

Direitos de aprendizagem dos ciclos interdisciplinar e autorial :
Matemática. – São Paulo : SME / COPED, 2016. – (Coleção Componentes
Curriculares em Diálogos Interdisciplinares a Caminho da Autoria)

112p. : il.

ISBN 978-85-8379-016-7 (Coleção)

ISBN 978-85-8379-019-8

Bibliografia

1. Ensino Fundamental 2. Interdisciplinaridade 3. Matemática I. Título

CDD 372

EDUCADORAS E EDUCADORES,

O documento, ora apresentado, tem por foco os Direitos de Aprendizagem em Matemática, sob demanda interdisciplinar, evidenciando ações para desenvolvimento de autoria, abordando os temas por Ciclos (Interdisciplinar e Autoral) e o currículo. Trata-se de um documento, escrito de forma coletiva, não prescritivo e aberto a debates em situações de formação ou de ações nas Diretorias Regionais e Escolas. As abordagens nele contidas buscam estabelecer relações entre a Matemática e as diversas manifestações culturais, lúdicas e investigativas, que considerem as possíveis interações entre conhecimentos, e que vão além das específicas do componente curricular Matemática. A escrita do documento ocorreu após estudos dos direitos humanos, especificamente dos de primeira e segunda geração, relativos aos direitos pessoais e sociais.

O texto é composto por cinco partes: o Histórico do conhecimento matemático: um recorte; Concepção do Componente Curricular Matemática; Matemática e Currículo; Direitos de Aprendizagem e Estratégias e Ações. O Histórico abre diálogo entre a História da Matemática e da Educação Matemática no Brasil, com objetivo de compreender o passado para estabelecer vínculos com o presente, em busca de uma Matemática mais humanizada, com ganhos qualitativos em seu desenvolvimento, de forma que, garantindo as diferenças pessoais, possa construir convivências que sejam solidárias e transformadoras em direção à justiça e ao equilíbrio social. A Concepção do Componente Curricular Matemática está subdividida em: Matemática e Conhecimento; Situações-problema e Problemas; Modelagem Matemática; Etnomatemática; Tecnologias Digitais; Pensamento lógico-matemático; Contextualização e Matemática e Língua Materna.

Ao discorrer sobre Matemática e Currículo, expôs-se a escolha por um currículo emancipatório e crítico, estabelecendo o diálogo entre o saber acadêmico e o popular, bem como garantir a presença dos saberes de outras culturas que compõem as populações brasileiras. Os Direitos de Aprendizagem para os Ciclos Interdisciplinar e Autoral, subdivididos em Direitos e Eixos Estruturantes dos direitos em Matemática, baseiam-se em princípios éticos, políticos e estéticos. São cinco os direitos de aprendizagem: caminhos próprios, reconhecimento de regularidades, linguagem simbólica, investigação crítica e criativa, ludicidade, jogos e brincadeiras.

Os Eixos Estruturantes dos direitos são também cinco: Número e Operações; Pensamento Algébrico/álgebra; Espaço e Forma; Grandezas e Medidas; Pensamento estatístico e probabilístico. Finalizando o documento, em Estratégias e Ações, são apresentadas três abordagens: Organização e exemplos; Relatos de práticas fornecidos por EMEFs, descritos em suas etapas para reflexão e estudo, e, por fim, a Avaliação para Aprendizagem em Matemática (processual e específica).

Texto coletivo produzido pelos educadores da Rede Municipal de São Paulo a partir de encontros e debates realizados por DIPED/DRE e DIFEM/SME.

EQUIPES DE DIPED

Servidores das Equipes de DIPED que acompanharam a construção do documento de Direitos de Aprendizagem dos diversos ciclos.

DRE BUTANTÃ

Neide Aparecida Ribeiro de Santana (Diretora), Ana Paula Martins, Ana Carolina dos Santos Martins Leite, Elder Ribeiro Garcia, Emanuel da Conceição Pinheiro Junior, Rosana Rodrigues Silva, André de Freitas Dutra, Marcelo Fernandes.

DRE CAMPO LIMPO

Marilu dos Santos Cardoso (Diretora), Elenita Santana de Almeida, Elenita Santana de Almeida, Juliana Froeder Alves Grilo, Maria Aparecida Costa dos Santos.

DRE CAPELA DO SOCORRO

Ebelsione Pereira de Oliveira Pinto (Diretora), Marisa Rodrigues das Neves Pais, Neide Antonia Pessoa dos Santos, Edmir Bugolin Quiles.

DRE FREGUESIA / BRASILÂNDIA

Cesar Augusto do Nascimento (Diretor), Jessika de Oliveira Queiroz, Eleonora Cordeiro Mattoso, Ana Lucia Budin Cruz, Edmar Silva.

DRE GUAIANASES

José Ivanildo Ferreira dos Santos (Diretor), Marcelo Eduardo Lopes, Rosana Soares Godinho, Marisa Leite da Fonseca Mendes Vaz, Tânia Regina da Silva de Souza, Romeu Guimarães Gusmão, Thais Blasio Martins

DRE IPIRANGA

Ilma Lopes de Aquino / Adriana Oliveira Rodrigues Paz (Diretora), Camila dos Anjos Aguiar, Nelsi Maria de Jesus.

DRE ITAQUERA

Mônica Maria Chaves de Souza (Diretora), Cristine de Jesus Moura, Tais Dias da Costa, Dionel da Costa Júnior, Eduardo Gomes de Souza, Michelly Francini Brassaroto do Amaral, Flavio Luiz Costa, Sirlene Barbosa, Michele Aparecida Lopes.

DRE JAÇANÃ/TREMEMBÉ

Edson Azevedo Barboza (Diretor), Claudia Regina Dias Branco, Paula Carneiro Albertin, Roberto Antonio Maciel, Izabel Cristina do Amaral e Silva, Bertin Sandra Regina Soares, Eugênia Regina de Carvalho Rossato, Kleber William Alves da Silva.

DRE PENHA

Sidnei Dalmo Rodrigues (Diretor), Carlos Eduardo Fernandes Junior, Deborah Monteiro, Malu Mineo, Robson Leite, Seomara Germano.

DRE PIRITUBA

Ana Maria Cesar Guabiraba (Diretor), Benedito Barnabe, Clóvis Cardoso de Sá, Emilce Rodrigues Gomes Giro, Márcia Duarte Carvalho, Osmarina Aparecida Borges, Rafael Gonçalves Pereira, Sandra Regina Brugnoli Bouças, Saulo Ferreira dos Santos Braghini, Sérgio dos Santos, Sheila Ferreira Costa Coelho, Silvania Francisca de Jesus.

DRE SANTO AMARO

Cícera Batista da Silva (Diretora), Francilene de Souza Tavares, Olívia Selma Gomes, Tanija Mara Ribeiro de Souza Maria.

DRE SÃO MATEUS

Maria Efigenia Ribeiro Pereira (Diretora), Cristiane Coelho de Souza Garcia, Edneusa Cassia Ribeiro Leite Fernandes, Elaine Aparecida Pereira, Hélio Dauto Santos Brasileiro, Izilda Fátima Spinola de Gois, Maria Bento da Purificação, Maria de Jesus Campos Sousa, Natália Rodrigues Diniz

de Oliveira, Pedro Alves Neto, Ricardo Costi, Silvana Regina Brandão, Vanessa Rossi Americano, Wanusa Rodrigues Ramos.

DRE SÃO MIGUEL

Vera Maria de Souza (Diretora), Adriana Ferreira Daffre, Arnaldo Lopes Siqueira, Eliana Prates da Cruz, Jairo Maurício da Silva, Tânia Soares da Silva.

FORMADORES PARCEIROS

DRE BUTANTÃ

Clodoaldo Rangel de Miranda, Ana Maria Hilário Muler, Rosana Rodrigues Silva, Elder Ribeiro Garcia, Fábio Serra da Fonseca, Luiza Santos da Silva Varoli, Priscila de Carvalho Kovacs Conde, Ermelinda Vigilante.

DRE CAMPO LIMPO

Eliete de Moraes Andrade, Ana Paula dos Santos, Sílvia Queiroz Martins.

DRE CAPELA DO SOCORRO

Leyla Chiste Fietta, Maria Geralda Rodrigues Cardoso, Neide Antônia Pessoa dos Santos, Reinilson Souza Ciriaco Junior, Rosemeire M. de Castro.

DRE GUAIANASES

Andreia Fernandes de Souza, Douglas Aparecido Marques, Marzo Rodrigues Dias, Tabata Cristina Henrique Ferri, Wanessa Januário Rezende Lopes.

DRE IPIRANGA

Kelley Carvalho Monteiro de Oliveira.

DRE ITAQUERA

Edson Luiz Planteiro, Jussara Teodoro de Faria, Cristine de Jesus Moura, Etienne Lautenschlager

DRE JAÇANÃ/TREMEMBÉ

Alessandra Cristina Aro, Kleber William Alves da Silva, Mariana Aparecida Lopes da Silva

DRE PENHA

Malu Mineo Feitosa Luz

DRE PIRITUBA

Acácia Pedronez Trevisan, Alexandre Dantas da Silva, Clóvis Cardoso de Sá, Gilberto Apolônio Barbosa, Keli Mota Bezerra, Mariane de Oliveira Rei, Osmarina Aparecida Borges, Sérgio dos Santos, Valdirene Rosa de Souza.

DRE SANTO AMARO

Angela Maria Pinto de Aguiar, Bruna Acioli Silva Machado, Rosângela Mattos Magro.

DRE SÃO MATEUS

Alexandre Ernani dos Santos, Bruno Tadeu Garcia, Marcelo de Melo, Wanusa Rodrigues Ramos.

DRE SÃO MIGUEL PAULISTA

Emerson Alencar de Medeiros, Flávia Roberta Porto Teófilo, Gilberto Januário dos Santos, Hudson William da Silva, João Rildo Alves de Oliveira.

ASSESSOR DO COMPONENTE MATEMÁTICA

Maria Helena Soares de Souza e Eliane Costa Santos

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO	7
1. HISTÓRICO DO CONHECIMENTO MATEMÁTICO : UM RECORTE.....	9
1.1 O ensino do componente curricular matemática	11
1.2 O Componente Curricular Matemática na contemporaneidade.....	15
2. CONCEPÇÃO DO COMPONENTE CURRICULAR MATEMÁTICA	19
2.1 Matemática e conhecimento.....	19
2.2 Situações-problema e problemas.....	24
2.3 Modelagem Matemática	29
2.4 Etnomatemática	30
2.5 Tecnologias Digitais	34
2.6 Pensamento lógico-matemático	38
2.7 Contextualização	39
2.8 Matemática e Língua Materna	43
3. MATEMÁTICA E CURRÍCULO	47
4. DIREITOS DE APRENDIZAGEM PARA OS CICLOS INTERDISCIPLINAR E AUTORAL.....	53
4.1 Direitos	53
4.1.1 Caminhos próprios.....	55
4.1.2 Reconhecimento de regularidades.....	56
4.1.3 Linguagem simbólica	58
4.1.4 Investigação crítica e criativa.....	58
4.1.5 Ludicidade, jogos e brincadeiras	59
4.2 Eixos estruturantes dos direitos em matemática.....	65
4.2.1 Eixo números e operações	66
4.2.2 Eixo Pensamento Algébrico / Álgebra	68
4.2.3 Eixo Espaço e Forma (geometria).....	70
4.2.4 Eixo Grandezas e Medidas.....	73
4.2.5 Eixo Pensamento Estatístico e Probabilístico.....	74
5. ESTRATÉGIAS E AÇÕES	79
5.1 Organização e exemplos	79
5.2 Relatos de práticas	84
5.2.1 Pipas colorindo o céu (EMEF Parque Anhanguera).....	84
5.2.2 Ponte de macarrão (EMEF Vargem Grande).....	85
5.2.3 Áreas de lazer em Vargem Grande (EMEF Vargem Grande).....	88
5.2.4 Mancala em sala de aula: exercício interdisciplinar (EMEF Antonio Duarte de Almeida).....	90
5.2.5 Uso de softwares no laboratório de informática favorece o trabalho interdisciplinar (EMEF José Maria Lisboa).....	92
5.2.6 Possibilidade de trabalho com os sólidos geométricos no ciclo interdisciplinar (EMEF Carlos Pasquale).....	95
5.2.7 Compreensão de Número Fracionário (EMEF Professor Giuseppe Tavoraro).....	97
5.3 Avaliação para Aprendizagem em Matemática.....	100
REFERÊNCIAS	105

MATEMÁTICA

MATEMÁTICA

APRESENTAÇÃO

Este documento sobre os Direitos de Aprendizagem em Matemática tem intenção de fortalecer os(as) educadores(as) em seu trabalho, a partir de um currículo na perspectiva crítica emancipatória, construído de forma coletiva pela Rede Municipal de Ensino (RME) com suas características, anseios e possibilidades, destinado especificamente aos Ciclos Interdisciplinar e Autoral.

O documento inicia o diálogo com a história do componente curricular, propondo a compreensão do passado e estabelecendo vínculos com o presente, em busca da construção de um futuro em que ocorram transformações sociais que respeitem as diferenças pessoais, promovam a equidade, a justiça e o equilíbrio, e possam construir convivências solidárias e não excludentes. Além do Histórico, outras quatro partes o compõem com subdivisões que as complementam e explicitam: Concepção, Matemática e Currículo, Direitos de Aprendizagem e Estratégias e Ações.

A proposta coletiva do documento apresenta abordagens culturais, lúdicas e investigativas que consideram as interações, além das específicas do componente curricular Matemática, sinalizando possíveis caminhos disciplinares e interdisciplinares na promoção da descolonização do currículo e do prazer de aprender.



MATEMÁTICA

MATEMÁTICA

HISTÓRICO DO CONHECIMENTO MATEMÁTICO : UM RECORTE

1

[...]a mudança social, para ter força instrumental, precisa que o processo educacional tenha relação de organicidade com a contextura social. Mais ainda: que esta relação implique um conhecimento crítico da realidade para que a ela se integre e não apenas a sobreponha.

Paulo Freire

O ser humano cria teorias e práticas que são as bases de elaboração do conhecimento e de decisões comportamentais a partir de representações da realidade, cuja virtualidade se manifesta nas elaborações de modelos. Essas ações se dão em função de materiais (*artefatos*) e do abstrato (*mentefatos*¹). Em outras palavras: as representações da realidade transitam entre experiências reais e pensamentos. Por meio de uma triangulação, nem sempre perfeita, o indivíduo primeiro percebe e processa a realidade, depois define comportamentos que geram conhecimento e compartilha com outros. Tais elaborações de conhecimento, compartilhados e compatibilizados com os demais, constituem a cultura de um grupo.

Nesse sentido, a cooperação entre grupos de indivíduos, centrada em mitos e representações simbólicas, fez surgir o canto (que carrega as noções de tempo) e a dança (as noções de espaço), passíveis de representações matemáticas. Essas intervenções, nos primórdios da humanidade, prenunciaram a agricultura, que possibilitou padrões de subsistência que não eram atingidos por ação de caça, pesca e coleta de alimentos. No desenvolvi-

1 Termo cunhado por Ubiratan D'Ambrosio.



mento da agricultura é necessário saber onde (espaço) e quando (tempo) plantar, colher e armazenar (D'AMBROSIO, 2001).

O conhecimento matemático, assim como em outras áreas, foi criado para resolver problemas cotidianos da humanidade. Desde a Antiguidade há registros da resolução de problemas tendo a Matemática como ferramenta. Alguns instrumentos de calcular foram criados como o ábaco, com versão oriental (soroban no Japão e suanpan na China) e ameríndia - Asteca (nepohualtzitzin) e Inca (quipo).

Desde a Antiguidade, em todos os continentes (África, Ásia, América e Europa), há registros da resolução de problemas relativos à sobrevivência: demarcação de terras, questões ligadas ao comércio, navegações etc., resolvidos com auxílio da Matemática.² O comum a todos os conhecimentos estabelecidos pelas necessidades foi o paralelo entre as ideias matemáticas e o modelo econômico vigente, pois a aceitação e incorporação de outras maneiras de analisar e explicar fatos e fenômenos estavam atreladas às diversas manifestações culturais.

Em determinados momentos históricos, alguns matemáticos organizaram os conhecimentos vindos do cotidiano, como Thales (século V a.C.), supostamente Pitágoras (século VI a.C.)³ e Euclides (século III a.C.), que generalizaram conhecimentos específicos, isto é, consideravam-nos válidos para outras situações e demonstraram teoremas que garantiam a universalização de tais conhecimentos que foram divulgados em todo ocidente, mas há outras civilizações que foram pouco evidenciadas, a exemplo dos Maias, que trouxeram importantes e valorosas contribuições matemáticas.⁴ Nesse sentido, é importante que se investigue e que se evidenciem outros olhares sobre o conhecimento matemático construído historicamente.

O ato de saber fazer Matemática está atrelado às diversas culturas, a exemplo do osso de Ishango, um dos primeiros registros numéricos referente à contagem, que foi encontrado no Congo, África, reavaliado, segundo Claudia Zaslavsky (1973), como uma produção entre 20 000 a.C a 8 000 a.C., indicando que os traços existentes eram a contagem das fases da Lua.

É essencial observar que o sistema de numeração contido no osso de Ishango consiste em exemplo singular em relação ao conjunto bem amplo e diverso do que se pode conceber como sistemas de numeração africanos (SANTOS, 2013).

2 A exemplo dos nós nas cordas criados pelos africanos para medição das terras no Nilo (Egito).

3 Não há provas da existência de Pitágoras. Supõe-se que era uma figura mítica, e também que ele nasceu em Samos. Já a existência da Escola Pitagórica foi comprovada e surgiu na mesma época que é suposta a vida de Pitágoras.

4 ROODNEY, Anne, 2012.



Bastão de Ishango

O osso é parte de um perônio de babuíno, com pouco mais de 10 cm, talhado com uma série de traços paralelos em três colunas.

Ishango é o nome da região africana em que as peças foram encontradas, no antigo Congo Belga, na nascente do Nilo, próximo à fronteira de Uganda com a República Democrática do Congo. Trata-se de um marcador pré-histórico de contagem e quantificação.

O arqueólogo Alexander Marshack (1918-2004) aponta que o objeto seria um calendário lunar. Com base nessa afirmação, a matemática Claudia Zaslavsky (1917-2006) observa que as marcações são de ciclo menstrual, de acordo com as fases da Lua.



Disponível em <<http://it.paperblog.com/l-osso-di-ishango-502247/>>. Acesso em: 12 de maio de 2016

1.1 O ensino do componente curricular matemática

A preocupação com o ensino da Matemática é histórica. Na Grécia antiga, por exemplo, a Matemática foi ensinada na Escola Pitagórica como um conhecimento necessário para a formação dos filósofos e dos futuros governantes e sua principal característica era a exclusão de experiências sensíveis e a definição de espíritos mais talentosos (MIORIM, 1998, p.19). Hoje a Matemática é para todos e todas, e precisa assumir atributos qualitativos. É um grande desafio estabelecer em sala de aula o pensamento qua-



litativo, que inclui, por exemplo, as emoções. Pensar sobre a Matemática leva a reflexões (inter)culturais e sobre as matemáticas do mundo contemporâneo, as experiências individuais e as coletivas. É importante, também, saber como se deu o desenvolvimento do ensino desse componente curricular no Brasil.

Pensando no ensino de Matemática ao longo de sua história, no Brasil, o positivismo heterodoxo⁵ dominou o ensino da Matemática básica, desde meados do século XIX até o Manifesto dos Pioneiros da Educação Nova, em 1932 (Moreira, 2006). O ensino contemporâneo ainda carrega traços do positivismo, pois muitos matemáticos atribuem maior valor ao que não está vinculado ao conhecimento cotidiano, desconhecendo que o conhecimento escolar não é puramente científico. No entanto, o procedimento explicitado e racionalizado da ciência não pode ser feito por *transferência*

É bom fazer saber que, entre um dos pontos negativos no MMM-Movimento da Matemática Moderna tem-se como reflexo hoje a parcela de contribuição nas atuais dificuldades no ensino da Geometria. Antes do movimento, o ensino geométrico era marcadamente lógico-dedutivo, repleto de demonstrações, mas sem significado para os educandos(as). A proposta da Matemática Moderna de algebrizar a Geometria não vingou no Brasil, eliminou o modelo anterior sem preenchê-lo com procedimentos adequados, criando uma lacuna no ensino da Geometria nas práticas pedagógicas brasileiras que perdura até hoje em muitas escolas do país.

Contemporaneamente, ficou estabelecida uma relação complexa de ensino e aprendizagem: a geração que não estudou Geometria muitas vezes não sabe como ensiná-la. Soluções esporádicas ou pontuais não são suficientes para resolver a omissão da Geometria no currículo estabelecido para a Matemática. É necessário um esforço conjunto de diferentes áreas educacionais para que mudanças de fato se efetivem no atual quadro do ensino da Geometria.

educacional, inclusa a *transposição didática*⁶ dos conteúdos, que elimina os processos criativos, desconsiderando a influência dos fatores humanos e a impossibilidade de isolá-los, e que acabam por colaborar na construção de uma falsa imagem da neutralidade do conhecimento científico, além de ignorar a contribuição do conhecimento social.

Segundo Valente (2000), na História da Educação Brasileira até a Era do Brasil República, o ensino da Matemática escolar seguia a orientação francesa da obra didática de Cristiano B. Otonni,⁷ estruturada com a apresentação teórica de um tema, seguida de um exemplo numérico, não contendo exercícios

5 Positivismo a partir do Brasil República, final do século XIX. Positivismo heterodoxo criou a disciplina da Sociologia.

6 Transposição didática entendida como movimento de ideias, modelos institucionais e práticas educativas de um país para outro, a partir de Raggat, em Moreira (2006). Chevallard (In MOREIRA, 2006) a define como o processo de transformações adaptativas que sofre um determinado conhecimento para tornar-se objeto de ensino. Pais (2010) afirma que, para que a transposição didática possa contribuir para uma educação mais significativa, o(a) educador(a) deve desenvolver o espírito de vigilância intelectual, que inclui o desafio de fazer a transposição de práticas sociais para não estabelecer conflito entre o saber escolar e a realidade do educando(a).

7 Obra citada em Valente (2000).

para os estudantes. Posteriormente, sob o mesmo modelo e seguido até hoje pelas escolas tradicionais, surgiram outras obras didáticas que continham exercícios. Os livros traziam resumos, respostas e explicações, e demonstravam alguma preocupação com os estudantes, embora fossem extremamente tecnicistas.

O ensino da Matemática passou por fases de preocupação com conteúdos, com habilidades, ou, no outro extremo, por espontaneísmo ou abandono total de formalismo e orientação. Um destaque importante a ser feito é a partir dos anos 1950, perpassando os anos 1960 do século XX, nos quais a corrida pela supremacia espacial e o fato de o primeiro astronauta ser russo, de certa forma quebrou a crença americana no seu sistema educacional e trouxe para o ensino um movimento mundial, o Movimento da Matemática Moderna (MMM) transferido para outros países, entre esses o Brasil.

Paralelamente, a França produziu a reorganização do conhecimento matemático, estabelecida pelo Grupo Bourbaki. Trata-se de um trabalho que apresenta a Matemática de forma axiomática, a partir de postulados e deduções, com base na Teoria de Conjuntos. Muitos educadores brasileiros se alinharam com esta escolha, que aproximava a Matemática do Ensino Básico com a do Ensino Superior. O currículo do que hoje chamamos de Ensino Médio sofreu alterações com a introdução de conteúdos como “matrizes” e “probabilidade”. Foi um período (final da década 1950 até o final da década de 1960) no qual esteve presente a preocupação com a formação de professores. Tal movimento trouxe algumas especificidades relativas ao Brasil: o fato de já existir anteriormente preocupações com o ensino da Matemática; a realização de vários congressos antes e depois da implantação do movimento; a grande influência de transformações no ensino da Matemática no país, entre outros.

Nesse contexto, no cenário da educação brasileira, em 1955, aconteceu o Primeiro Congresso Nacional do Ensino da Matemática no Curso

A teoria dos conjuntos

A Teoria dos conjuntos teve sua origem por volta de 1872, com o matemático russo Georg Cantor (1845- 1918), e é relacionada ao estudo das associações entre objetos agrupados pela mesma propriedade. Ela foi considerada, em seu início, como *intuitiva* e *ingênua* por trazer vários paradoxos associados às ideias centrais da própria teoria. Posteriormente, no início do século XX, foram estabelecidos, por outros matemáticos, postulados que complementaram e aperfeiçoaram a teoria, influenciando vários temas, tanto matemáticos como os da lógica, como funções, análise combinatória, probabilidade etc.

Há relações básicas na Teoria dos Conjuntos, que não utilizam cálculos matemáticos complexos, mas que se valem da lógica, como: a pertinência ou não de um elemento a um conjunto; a existência dos subconjuntos de um conjunto; as operações entre conjuntos (intersecção, união, diferença); a explicitação por enumeração de elementos de um conjunto ou a sua descrição por meio de uma linguagem matemática simbólica.

Secundário que tratou do uso de livros didáticos e do aperfeiçoamento de professores. Em 1957, aconteceu o Segundo Congresso com o tema “Aperfeiçoamento do Professor Primário”, e em 1959 o Terceiro, um fórum de discussão dos problemas gerais relativos ao ensino da Matemática. Mesmo com esse avanço educacional, no Brasil, nos anos 1960, a demanda vinda da criação do Parque Industrial trouxe um questionamento apontando a defasagem da Matemática no ensino secundário.

Mas o Movimento da Matemática Moderna foi crescendo, criaram-se grupos de estudos⁸ nos Estados Unidos, e posteriormente no Brasil, a exemplo do GEEM (Grupo de Estudos do Ensino da Matemática), em São Paulo, por meio dos quais surgiram cursos de aperfeiçoamento, cursos de verão, palestras e elaboração de currículos modernos para a Matemática. Além disso, o GEEM propiciava a vinda de educadores matemáticos de prestígio mundial em congressos ou palestras, como George Papy, em 1966. Em 1967 foram criadas as Olimpíadas de Matemática Moderna, que atualmente teve sua configuração modificada .

A partir de 1970, o GEEM começou a apresentar cursos com outras tendências, não mais orientadas pelo MMM. No final da mesma década houve influência da denominada *tendência crítica* (MOREIRA, 2006), na qual a função do currículo, mais do que um conjunto coordenado e ordenado de conhecimentos, deveria ser também a de conter uma estrutura crítica, que permitiria uma perspectiva libertadora, assim as práticas educativas se constituiriam como um espaço de defesa da não hegemonia da classe dominante no campo cultural e social. Tal tendência tornou-se presente durante todo o período, com papel preponderante no forte desenvolvimento da Educação Matemática e, até os dias de hoje, tem sido referência para os novos encaminhamentos e as pesquisas em busca de soluções para o ensino do componente curricular .

A década de 1980 foi decisiva para a Educação Matemática no Brasil com o surgimento de cursos, programas e, posteriormente, pesquisas.

Os esforços dos precursores do movimento da Educação Matemática no Brasil foram concretizados pela criação da SBEM – Sociedade Brasileira de Educação Matemática, durante o II ENEM – Encontro Nacional de Educação Matemática - em 1988. Nesse encontro foram organizadas e divulgadas algumas linhas de pesquisas e trabalhos importantes em Educação Matemática.

8 Como o SMSG (School Mathematics Study Group), de forte influência no Brasil, inclusive em autores de livros didáticos considerados de peso, como Márcio Imenes.



1.2 O Componente Curricular Matemática na contemporaneidade

Contemporaneamente, é preciso entender as Matemáticas⁹ como um saber - fazer na busca de explicações e de formas de lidar com o ambiente imediato e remoto. Os seres humanos estão, a cada instante, comparando, classificando, quantificando, medindo, explicando, generalizando, inferindo e avaliando artefatos e mentefatos que são próprios à sua cultura (D'AMBROSIO, 2001). O grande desafio do(a) educador(a) está em dar conhecimento às Matemáticas das diversas culturas e tratá-las, no ambiente escolar, sem hierarquização de valores.

A invisibilidade dos saberes de um indivíduo, de um grupo ou de uma cultura é uma dinâmica de remoção de vínculos históricos de um povo, na qual as estratégias de sobrevivência e de transcendência são eliminadas e substituídas pela do dominador. O processo “civilizatório” e também o processo escolar colonizador é mantenedor dessa dinâmica. Cabe à escola legitimar valores advindos de outras culturas, buscando a quebra da hegemonia do saber.

O fato citado na notícia a seguir ilustra a quebra de hegemonia, pela forma distinta de marcar o tempo, levando em conta a cultura de um dos povos indígenas brasileiros:

Índios Waimiri-Atroari comemoram nascimento de milésima criança¹⁰

Os índios Waimiri-Atroari, que sofreram grande redução populacional, quando da construção da BR 177, estrada que liga Manaus a Caracarái, em Roraima, estão comemorando o nascimento da milésima criança (1000 Kinja Waimiri-Atroari). Os convites para a Maryba (festa) já estão sendo distribuídos, tudo conforme a tradição daquele povo indígena. Os Waimiri-Atroari utilizam como convite para as festas na aldeia o Katyba (calendário-convite), peça artesanal, onde cada vareta de bambu utilizada no trançado marca um dia no trajeto utilizado pelo portador do convite até a aldeia. Assim, o convidado saberá quanto tempo gastará para chegar à festa e pode programar sua colheita para fazer a sua oferenda.

9 No plural pelo entendimento das múltiplas facetas da Matemática como área de conhecimento.

10 Notícia publicada no site da Funai em 28/11/2003. Disponível em: <<https://ti.socioambiental.org/noticia/10469>>. Acesso em: 11 maio 2015.



Katyba

O *katyba* é também usado nas comemorações de iniciação dos meninos de 5 anos. O pai da criança a ser iniciada prepara os convites para a festa e os leva para os caciques das aldeias convidadas. O *katyba* (FERREIRA, 2005, p.90) feito com tiras de taquara amarradas com cipó, com um lado lustroso e outro opaco, funciona como um calendário. Duas tiras vizinhas são entregues com marcas. Quando um cacique recebe o convite, sua aldeia passa um período virando, dia a dia, uma tira da parte brilhante para a opaca até chegar na primeira tira marcada. Neste dia a aldeia deve cozinhar os alimentos que serão levados para a festa, pois são os convidados que devem fazê-lo. A segunda marca indica o dia de começar a caminhar até o local da festa. Como as aldeias não estão localizadas à mesma distância do local da festa, os *katybas* têm marcas diferentes para cada uma delas.



Katyba - Scientif
American Especial
Etnomatemática

O *katyba*, maneira de mensurar o tempo utilizado pelos índios Waimiri Atroari, é um dos inúmeros saberes de uma cultura e sua aproximação com os saberes científicos evidencia uma possibilidade de trabalho com a Etnomatemática, definida como a Matemática praticada pelos grupos culturais mobilizados por seu ambiente natural, social e cultural, assim como por sua maneira própria de comparar, classificar, quantificar, medir, organizar, inferir e chegar a conclusões.

Estudos sobre Etnomatemática surgem a partir da década de 1970 (D'AMBROSIO, 2001). Na atualidade, os esforços para dar visibilidade às Matemáticas produzidas pelas diversas culturas têm sido ininterruptos. Nesse sentido, urge iniciar diálogos interdisciplinares de forma que a educação escolar ultrapasse tanto as barreiras da fragmentação disciplinar quanto da hegemonia cultural.

A Etnomatemática¹¹ remete à educação escolar uma reflexão sobre a descolonização do currículo, na procura de reais possibilidades de acesso às Matemáticas com base nas diversas culturas. As estratégias mais promissoras para um processo criativo de transformação da subordinação para a autonomia é a busca de uma educação que não classifique ou hierarquize as diversas culturas, ao contrário, que as reconheça e respeite possibilitando que os educandos ampliem seus conhecimentos.

A Etnomatemática¹¹ remete à educação escolar uma reflexão sobre a descolonização do currículo, na procura de reais possibilidades de acesso às Matemáticas com base nas diversas culturas. As estratégias mais promissoras para um processo criativo de transformação da subordinação para a autonomia é a busca de uma educação que não classifique ou hierarquize as diversas culturas, ao contrário, que as reconheça e respeite possibilitando que os educandos ampliem seus conhecimentos.

Pensar em Educação Matemática é pensar, de um lado, a humanidade como uma coisa só, formada por seres que possuem mesma e única natureza. Nessa perspectiva, compreende-se que as potencialidades de cada indivíduo encontram-se, naturalmente dentro de si e quando estimuladas manifestam-se. Por outro lado a ideia de Condição Humana é mais adequada à discussão proposta neste documento, pois ao acessar os valores sociais, históricos e culturais, os sujeitos se constituem e se desenvolvem. Esta é a Condição Humana. (SANTOS JUNIOR, 2013)

Esta concepção pode trazer questões centrais para educadores(as) e educandos(as) como: que tipo de conhecimento é importante produzir

¹¹ Tratada na parte referente à concepção do componente curricular Matemática.

no Ciclo Interdisciplinar e no Ciclo Autoral de maneira a garantir uma educação com Qualidade Social? Quais conexões precisam ser estabelecidas com os outros componentes e com diferentes culturas existentes no espaço escolar? Que olhar precisamos ter para dar conta das diversas culturas existentes nos espaços escolares e trazê-las para a sala de aula contribuindo com o ensino-aprendizagem? (SANTOS, 2013, p. 41).

É preciso pensar em estratégias políticas para executar planos de ação nos quais as ideias e percursos discutidos em Educação Matemática cheguem ao cotidiano das salas de aula em todos os níveis e modalidades da educação básica e ensino superior, e em todas as instâncias – Municipal, Estadual e Federal.

Tais diálogos nos aproximam do olhar epistemológico de D'Ambrosio (1990) ao conceituar a etnomatemática:

ETNO - uma determinada cultura

MATEMA - explicar, conhecer, entender

TICA - técnicas



MATEMA

MÁTICA

CONCEPÇÃO DO COMPONENTE CURRICULAR MATEMÁTICA

2

2.1 Matemática e conhecimento

Coloca-se como necessária para qualquer projeto curricular na Educação Básica a adoção de estratégias de ensino-aprendizagem que favoreçam a educação integral dos sujeitos e o acesso aos bens culturais a todos(as), visando ao cumprimento do papel da Escola em garantir direitos, por exemplo, inclusão e qualidade social da educação reconhecendo a pluralidade cultural, os diferentes marcadores identitários e considerando as condições socioeconômicas dos educandos e da comunidade.

A certeza de que o desenvolvimento educacional contribui para a *humanização* do processo social faz pensar nas contribuições significativas a serem oferecidas pelas escolas. É, portanto, imprescindível trabalhar com a diversidade, reconhecer a heterogeneidade cultural e as condições dos(as) educandos(as) em busca de uma educação que os integre à sociedade, instrumentalizando-os para as transformações sociais necessárias na atualidade (FREIRE, 1989), de modo a não reproduzir a desigualdade.

A transformação social, como projeto educacional, há de estabelecer uma forma de apropriação do mundo, seja mediante a garantia de trabalho, do qual resultem recursos para obtenção dos bens para a reprodução e manutenção da existência, seja na participação na tomada de decisões de interesse comum, ou ainda, na participação da produção e do consumo dos bens culturais da sociedade.

É preciso ter-se em mente a efetividade da prática de uma vivência social que não seja opressiva. Dentre as tarefas da educação está a de tornar-se um investimento que contribua para garantir condições de igualdade na diversidade a todos e todas. Acrescenta-se a *sustentabilidade dos projetos*, isto



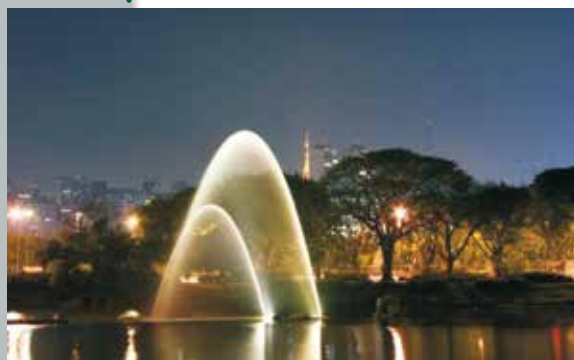
é, a proposição de ações, que garantam a manutenção e reajustes necessários ao trabalho educativo proposto, aliada à flexibilidade para contornar ou vencer as demandas que surjam.

Convém ressaltar que as ações de aprendizagem do(a) educando(a) não dependem exclusivamente das que são propostas pelo(a) educador(a), da relação entre elas ou mesmo da relação entre todos atores envolvidos no ensino e aprendizagem (educadores(as), educando(as), gestores(as) e toda comunidade escolar). É necessário evidenciar elementos existentes nas ações de ensino e aprendizagem, como: a forma de resolver situações-problema, os registros das ações vivenciadas dentro e fora da sala de aula, do brincar, dentre outras, e também reconhecer, compreender, problematizar e aprofundar o conhecimento sobre o arcabouço cultural do qual o(a) educando(a) é fruto.

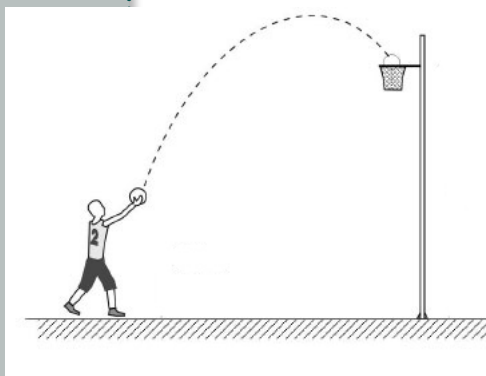
A Matemática como instrumento de organização das condições da vida cotidiana surgiu de forma diferente em cada grupo cultural, e este é um ângulo enriquecedor a ser considerado pelos educadores(as). Trata-se de viés pragmático do conhecimento matemático, que não só representa, mas também intervém no real, de 'acertar o passo' com um saber matemático a favor da humanidade.

É preciso investigar, em parceria com educandos(as), em quais outras situações criativas e humanizadas o estudo dessa função favorecerá o desenvolvimento humano, como na queda dos corpos, no lançamento de dardos em esporte ou no formato dos jatos de água nas fontes do Parque Ibirapuera.

Em um jogo de basquete, a bola lançada em direção à cesta sobe até um ponto máximo e depois desce descrevendo uma curva. Esta situação, ao ser analisada em sala de aula, pode envolver Educação Física, Ciências, Matemática e História da Ciência (estudos de Galileu Galilei), entre outras áreas do conhecimento. A curva formada é parte de uma parábola, que é também uma das formas gráficas de representação de uma função quadrática.



Os jatos da fonte do Parque Ibirapuera, em São Paulo, têm o contorno com o formato de parábola
http://www.apontador.com.br/local/sp/sao_paulo/parques/B37822W2/parque_do_ibirapuera.html



D'Ambrosio (2001) salienta a complexidade da dinâmica do encontro entre culturas, e mostra que é exatamente o que se dá entre a cultura dos(as) educandos(as) e a cultura escolar - representada pelos educadores(as). No primeiro grupo estão sujeitos que carregam suas raízes culturais, assimiladas dos familiares, vizinhos e comunidade, com os quais se identificam, além dos conhecimentos construídos em seu percurso educativo nas Unidades de Educação Infantil e Ensino Fundamental. No segundo grupo, educadores e educadoras, além de suas raízes culturais, assimiladas dos familiares, vizinhos e comunidade, identificam-se e representam a cultura escolar.

O processo de encontro e convivência com diversas culturas proporciona momentos de aprendizagem, de curiosidade, criativos e novos, e outros conflitantes, mas que permitem o enriquecimento a partir das interações, reduzindo as possibilidades de que se percorram caminhos de discriminação e de dominação pelo exercício abusivo do poder que resulta em assimetria entre pessoas. O que se ensina é a convivência criativa e não a sobreposição de uma cultura sobre as demais.

A Matemática pode tornar-se um forte vetor de promoção de igualdade social, por seu grande potencial de comunicação e por ser uma ferramenta indispensável no desenvolvimento das ciências. Incluir no universo da Matemática todos(as) educandos(as), por meio de uma educação que acredita na aprendizagem dos conhecimentos, é contribuir para que haja a inserção, de forma mais justa e humana, de toda a população nos diversos ambientes culturais e educativos da contemporaneidade e no acompanhamento do desenvolvimento das ciências, garantindo a participação na pesquisa científica e seu uso cotidiano.¹²

Aprender a ler o mundo pode aumentar a chance de torná-lo melhor e, como consequência, questionar ações que dão total apoio às forças do mercado (FREIRE, 1975). Existem possibilidades para a realização da mediação educacional que emergem da *astúcia da vida*¹³ como um todo: no exercício da racionalidade e da sensibilidade humana; na construção de meios que criam vínculos com a comunidade, que promovam as capacidades de compreender, problematizar, criar, recriar, transformar.

12 As pesquisas científicas, em última instância, derivam de situações educacionais vividas desde a Escola Básica. O texto refere-se aos direitos humanos de preservação da vida. Os novos conhecimentos científicos e as tecnologias aplicadas à vida humana demandam o desenvolvimento de novos direitos para garantir os aspectos mais vulneráveis e fundamentais da dignidade humana. Tais direitos surgem em um dado momento histórico em que a sociedade encontra-se totalmente despreparada para enfrentar os produtos advindos da engenharia genética.

13 Termo cunhado por DUSSEL, E. *Ética da Libertação*, 2. ed. Petrópolis: Vozes, 2002.



Um projeto factível e sustentável tem de corresponder à pluralidade e heterogeneidade que convivem no cotidiano escolar, da comunidade onde o educando se encontra e também nas demais inserções humanas na cidade, estado, país, no mundo. Convém salientar que a comunidade escolar¹⁴ não deve ser espectadora do processo de aprendizagem, mas participar de sua construção.

O conhecimento matemático não é um saber a ser alcançado apenas por aqueles que, por meio de sua suposta “capacidade e talento inatos”, podem desenvolvê-lo, nem fruto de merecimento individual, mas sim direito¹⁵ social de todos(as), uma vez que todos podem aprender. É preciso entender que uma escola pública, democrática e com qualidade social precisa cuidar para não formar o indivíduo disciplinado e submisso, pela imposição da cultura dominante; capaz, para atender somente ao mercado de trabalho; civilizado e moralizado, em relação aos valores hegemônicos (FOUCAULT, 2004). O ser humano, sob esse ponto de vista equivocado, é formado para sair em busca do progresso¹⁶ e essa objetivação acaba por esbarrar em novas conceituações que envolvem desenvolvimentos não apenas econômicos, mas também humanos – do indivíduo e da sociedade - e que produzem desequilíbrios, inclusive na educação. O modelo conteudístico de ensino desse legado carrega, em seu bojo, o medo para alguns estudantes que a Matemática tem oferecido a muitas gerações.

Na Matemática, como na educação em sua totalidade, um dos pontos relevantes é a Educação Inclusiva, visto que ela “se propõe a aumentar a participação de todos os educandos(as) no currículo escolar e a redução da exclusão escolar e social” (SANCHES, 2015, p.12).¹⁷ Santos (2012) aponta que a inclusão requer uma educação que agregue educandos(as) sem distinção dos aspectos inerentes às individualidades de cada um(a);

é portanto relevante que a escola esteja atenta para receber todos(as) educandos(as) nas classes regulares de ensino, de modo a promover a interação por meio de métodos, recursos e materiais educativos específicos, contribuindo com o educando(a) para realizar as tarefas.

A obra *Desafios da Educação Inclusiva*, em dois volumes (I. Formação de Professores e II. Práticas), organizado por Ana Lúcia Manrique e outros, da Editora Livraria da Física, São Paulo, 2016, pode contribuir significativamente para o ensino de Matemática Inclusiva, pois aborda formação e práticas voltadas para educandos(as) com deficiências diversas: intelectual, visual etc.

14 Comunidade aqui entendida como professores, gestores, funcionários e familiares.

15 Direito humano, baseado nas duas primeiras gerações de Direitos Humanos (BOBBIO, 1992).

16 Por volta dos anos 50 há uma modificação do conceito de progresso, que se abre para duas frentes: o moral e espiritual de um lado e o tecnológico e científico de outro. (SACRISTÁN, 1998).

17 INCLUSÃO: revista da Educação Especial, Brasília, MEC, 2005, p. 12.

Ao pensar em Matemática e currículo é necessário levar em conta que, desde o ponto de vista das ciências da cognição até a perspectiva das experiências de vida individuais e coletivas, todas as pessoas são diferentes entre si e diversas são as maneiras de aprender, por isso é necessário que os(as) educadores(as) possibilitem oportunidades e estratégias distintas para que os(as) estudantes possam identificar-se com diferentes formas de aprender.

Há muitos argumentos que justificam a necessidade de aprender Matemática e é imprescindível estabelecer de que modo serão oportunizados processos para que se promovam as aprendizagens. Uma possível orientação para a construção do saber consiste em identificar necessidades humanas que demandam a produção do conhecimento, considerando também as situações interdisciplinares presentes na vida e na escola, para separar os conteúdos contextualizados e transformadores, aos quais todo cidadão tem direito ao acesso. O caminho da escolha deve incluir temas valorizadores da vida, comprometidos com a ética¹⁸ e a estética¹⁹ e de acordo com o Projeto Político-Pedagógico da escola.

Como a Matemática é uma Ciência construída e organizada pela humanidade, desempenha um papel fundamental na organização do pensamento pelo desenvolvimento de raciocínio específico como: observar, estabelecer relações entre objetos, fatos e conceitos, generalizar, prever, projetar e abstrair.

Para alguns autores, a Matemática é um sistema de representação da realidade. Por meio de seus variados sistemas de notação e representação (algarismos, letras, gestos, desenhos, tabelas, gráficos, oralidade etc.) esse sistema possibilita explicar, estabelecer relações, antecipar e prever resultados e ainda compreender, explorar, interpretar a realidade e atuar sobre ela.

Em sua categorização como linguagem, notadamente nos Ciclos Interdisciplinar e Autoral, a Matemática evidencia algumas ideias organiza-

Elementos matemáticos

Os elementos matemáticos são, ao final, produtos de abstração. Não há, por exemplo, esferas perfeitas na natureza, mas objetos com formatos esféricos. Nem mesmo a Terra é perfeitamente esférica. Os modelos matemáticos têm servido também para organizar e explicar fenômenos, além de categorizar objetos reais.

18 O conceito de ética é balizado em Dussel, na obra *Ética da Libertação*, de acordo com a concepção de descolonização do currículo.

19 Trata-se aqui do conceito de estética segundo Paul Ricoeur, que abarca o belo e também a valorização não apenas do conteúdo, mas também da forma, além da sensibilidade e criatividade em relação à produção artística. Paul Ricoeur, "The Task of Hermeneutics" in John B. Thompson ed., *Hermeneutics and the Human Sciences* (New York: Cambridge University Press, 1981), p. 49.

doras: o *número*, a *ordenação*, a *forma*, o *movimento*, as *medidas* e o *acaso*. Com base nessas fontes, destacam-se alguns eixos estruturantes de conhecimento, que correspondem neste documento aos campos de conteúdos da Matemática, abordados nos Ciclos Interdisciplinar e Autoral: os números, nos eixos Números e Operações e Pensamento Algébrico/Álgebra; a forma se relaciona ao eixo Espaço e Forma (Geometria); a mensuração ao eixo Grandezas e Medidas; o acaso ao eixo Pensamento Estatístico e Probabilístico. Destaca-se que todos os conhecimentos estão ligados entre si.

Como os problemas são grandes geradores de saber, os blocos de conhecimento, ou de ideias, precisam ser problematizados e conectados à *história da humanidade*, que, além de fornecê-los, mostram os caminhos usados em busca de soluções. As ideias básicas de conhecimento possuem longevidade. Problemas solucionados na antiguidade são úteis até hoje e mantêm o seu valor, mudando a maneira de aplicá-los.

Ressalta-se a distância entre a Matemática escolar e a Matemática abstrata, muitas vezes desvinculada do mundo real. Há, por exemplo, diferença entre o espaço físico, que é habitado por todos(as), e o espaço geométrico. As medidas de largura e comprimento de um terreno não corres-

pondem à realidade porque a Terra não é plana. Os instrumentos de medição utilizados pelos topógrafos dão resultados tridimensionais para as medidas de um terreno. É papel do(a) educador(a) fazer as aproximações necessárias das duas formas de ver a Matemática.

O artigo “*Matemática Escolar: Epistemologia e História*”, de Wagner Rodrigues Valente e outros, aborda os caminhos percorridos pela Matemática na escola. Disponível em: <<http://www.periodicos.ufrn.br/educacaoemquestao/article/view/8340>>. Acesso em: 10 mar. 2016.



2.2 Situações-problema e problemas

Um problema matemático se apresenta como uma questão proposta sobre objetos e estruturas que pedem resolução, verificação, explicação. Buscam-se determinados conceitos matemáticos que permitam satisfazer a questão proposta pelo problema: de cálculo, geométrico, algébrico etc. Os problemas são usados em todos os níveis de ensino para que seja possível associar situações contextualizadas do mundo real com a abstração dos conceitos matemáticos, auxiliando no desenvolvimento do pensamento lógico.

O ensino e aprendizagem da Matemática tem a metodologia de resolução de problemas como propulsora em seu desenvolvimento. Trata-

-se de um processo investigativo no qual o(a) educando(a) é estimulado a resolver, de forma criativa e autônoma, um problema ou uma situação-problema, em situações escolares, planejadas com objetivos específicos, ou em situações do cotidiano e interdisciplinares. No entanto, a resolução de problemas não está restrita à Matemática, pois aparece em todas as áreas de conhecimento.

Há três concepções que caracterizam a metodologia de resolução de problemas. A primeira estabelece um roteiro para resolução de problema, que é compreender a situação, estabelecer um plano de ação, executá-lo e fazer um retrospecto para examinar a solução obtida (POLYA, 1995).

A segunda se caracteriza por ensinar, inicialmente, os conteúdos e definições matemáticas para, em seguida, aplicá-los na resolução de determinados problemas.

A terceira concepção é ensinar Matemática por meio da resolução de problemas, que consiste em selecionar e apresentar problemas que podem estar envolvidos em determinados contextos de modo a desencadear discussões acerca do tema, do assunto matemático que se deseja formalizar. Para tanto, a seleção do problema deve ter a preocupação de favorecer a construção de conhecimento científico. Esta terceira concepção é, atualmente, a linha mais defendida pelos teóricos que estudam a metodologia de resolução de problemas, por reconhecerem nela a forma de ensinar Matemática para desenvolver o pensamento matemático na aprendizagem dos(as) educandos(as), visto que possibilita a liberdade de escolha de determinados caminhos. Embora, muitas vezes, "problemas" e "situações-problema" sejam termos tomados como sinônimos é importante ressaltar que há diferenças significativas entre eles.

Para uma proposta pedagógica fundada em situação-problema, o ponto de partida não é o conteúdo da Matemática escolar, nem mesmo a orientação de um tema para a constituição da situação, mas o mergulho em diferentes contextos culturais. Uma diferença fundamental do conhecimento matemático em situações-problema é o fato de os conceitos e estruturas matemáticas estarem mais integradas na mobilização de diferentes conteúdos (matemáticos ou não), pois a situação-problema provoca, na sua resolução, a mobilização de conceitos e procedimentos de forma aberta à participação no levantamento de hipóteses, pelos estudantes, que nem sempre podem ser estabelecidos de modo apriorístico pelo educador.

Isso pode trazer a desestabilização inicial dos atores que participam da resolução da situação-problema, pois ninguém pode garantir com certeza quais conceitos e estratégias serão mobilizados para resolver a situação proposta. Esta instabilidade inicial é positiva, no que se refere à necessi-



dade do professor estar sempre em busca de novas compreensões sobre os processos de construção do conhecimento matemático pelo(a) estudante, e também para esse(a) estudante, que traçará seus próprios caminhos, com liberdade, curiosidade e desejo de aprender.

No processo de resolução de uma situação-problema, o papel da escrita e dos demais procedimentos de registro é fundamental, desde o início, até mesmo porque ela pode não ser apresentada necessariamente a partir de um texto, mas surgir ou ser proposta ao grupo de estudantes por diferentes formas, e registrá-las é fundamental. A produção escrita e os registros diversos têm papéis diferentes também ao longo da resolução. Se, na resolução de problemas, o processo de construção de conhecimento é essencialmente pela produção escrita, na situação-problema outros processos são mobilizados, com igual importância na Educação Matemática: a discussão coletiva, a argumentação em defesa do caminho utilizado; o planejamento do que escrever; a coleta de dados; a organização de informações; a utilização de recursos de tecnologias digitais (calculadoras, planilhas, softwares etc.); a construção de maquetes e de protótipos, de tabelas e de gráficos; a concepção de diagramas e de esquemas, desenhos; o uso de textos argumentativos escritos; a argumentação oral etc.

No contexto descrito, a produção escrita é parte importante da produção matemática, mas não é a primeira nem a última. Grande parte da matemática realizada pelo estudante fica restrita às imagens mentais, sem, todavia, serem exteriorizadas por meio da escrita, sobretudo nos primeiros anos do Ensino Fundamental, quando o gesto, a fala e o desenho devem ser mais valorizados nas produções, constituindo-se, desta forma, como um dos Direitos da Aprendizagem Matemática.²⁰

Uma segunda diferenciação é considerar a situação-problema como geradora de atividades de troca, de confronto, de experimentação, de validação, de divergências e de argumentações. A atividade matemática é um ato solidário, socialmente produzida e validada, que deve ter como apoio as culturas infantis e adolescentes, a diversidade cultural humana, que conduzem ao autoconhecimento e ao conhecimento do meio social do estudante para habilitá-lo a responsabilizar-se por ações sociais transformadoras, que melhorem as condições de sua existência, das demais pessoas e do meio ambiente.

Assumir a resolução de situação-problema como proposta pedagógica implica conceber novas formas de relação estudante-estudante, educador(a)-estudante, estudante-conhecimento, o que leva, de forma necessária e desejável, a novas configurações do espaço de aprendizagem matemática, e isto requer que sejam concebidas novas perspectivas para a organização do tra-

20 Ler em Direitos, neste documento, item 4.1.3. – “Linguagem Simbólica”.



balho pedagógico. A noção do desafio sociocognitivo, nas trocas sociais realizadas nos grupos durante a busca de soluções, é central quando a situação é partilhada por um grupo de educandos(as) que estão em pleno desenvolvimento da atividade matemática e dos demais componentes curriculares.

O terceiro aspecto de diferenciação é o fato de que cada situação acaba por eclodir em grande número de questões que leva a uma visão mais dinâmica dos diversos conteúdos da disciplina e em outros componentes. Assim, muitas vezes, mais que responder uma questão, a situação-problema acaba por gerar outros questionamentos, não pensados anteriormente por quem a propôs, os quais permitem articular dois ou mais conteúdos, ou outros componentes curriculares. Um elemento diferenciador importante é promover a seleção de dados relevantes, sem roteiros ou caminhos com indicativos operacionais a serem percorridos.

O quarto fator de diferenciação é que, na busca de resolução da situação-problema, chega-se à construção de ferramentas ao longo do processo, que devem dar a oportunidade de a criança e o adolescente compreenderem os conhecimentos matemáticos considerando seu valor social. As situações-problema incluem as investigações, os projetos e os jogos (pedagógicos ou da cultura mundial) como componentes e objetos da ação pedagógica.

Os problemas mais simples podem compor uma situação-problema. Nas propostas de resolução de problemas o estudante precisará, inicialmente, compreender a tarefa a partir da leitura e análise das condições matemáticas apresentadas no texto. Depois, deverá traçar mentalmente um plano de resolução que possa conduzi-lo à resposta final, representar a situação proposta (de forma escrita, com desenhos, esquemas etc.) e resolver o problema proposto. Por fim, poderá ser estimulado pelo educador à reflexão sobre a pertinência ou não do resultado obtido, avaliando se o desafio foi ou não cumprido.

Planejar como proceder, decidindo quais passos dar e quais recursos usar para resolver o problema é o que se denomina estratégias de resolução, fase em que são mobilizados os processos cognitivos: análise, síntese, memória, pensamento convergente e divergente. As estratégias de resolução, ou procedimentos heurísticos, são verdadeiros atalhos mentais e podem garantir mobilizações que dão rumo à tarefa de solucionar o problema. No entanto, é preciso cuidado para não trabalhar com os problemas a partir de um receituário de procedimentos.

As situações-problema (ou mesmo os problemas) muitas vezes envolvem temas já tratados anteriormente com e pelos(as) estudantes, mas também são utilizados para introduzir novos temas matemáticos. Ressalta-se que tais situ-



ações ou problemas devem ser elaborados de tal forma que possam gerar no estudante a necessidade e o desejo de aprender novos conhecimentos.

É de suma importância saber trabalhar com os erros cometidos pelos(as) educandos(as), sobretudo na resolução de problemas, mas não apenas nela. O estudo investigativo sobre os erros, feito em parceria com educando(a), não pode ter o propósito de mensurar as aprendizagens, mas de compreender o processo de construção e apropriação de um determinado conhecimento e quais as dificuldades que ele/a ainda precisa superar até ser capaz de trabalhar com o conteúdo em questão. É possível compreender os processos cognitivos dos estudantes a partir de suas respostas ou de seus procedimentos.²¹

O erro do(a) estudante é uma hipótese construída durante o processo de aprendizagem, e é necessário elaborar intervenções didáticas que desestabilizem suas certezas, levando-o a um questionamento sobre as suas respostas e seus procedimentos. Assim, a investigação sobre os erros também pode ser incorporada como estratégia de ensino notadamente se forem promovidas situações de aprendizagem em que os erros sejam problematizados. Há uma vasta bibliografia a respeito que pode servir de apoio para os educadores em situações vivenciadas em grupos de estudo ou de formação.²²

A metodologia de resolução de situações-problema deve levar em conta dois aspectos fundamentais:

- A resolução de uma situação-problema (assim como na resolução de um problema) não trata da resposta numérica encontrada, mas sim, dos processos construídos e percorridos pelo(a) educando(a) para encontrar a solução, e é, portanto, um processo, não linear e nem sempre de fácil explicitação.
- O(a) educando(a) tem o direito de viver experiências de situação-problema, em suas aprendizagens, como forma de mobilização cognitivo-afetiva de saberes, e não apenas para a fixação de conteúdos matemáticos.



Um artigo cuja leitura ilustra aspectos do que está sendo tratado no documento é “Alguns modos de ver e conceber o ensino da Matemática”, de Dario Fiorentini. Disponível em: <<http://ojs.fe.unicamp.br/ged/zetetike/article/view/2561>>. Acesso em: 10 mar. 2016.

21 BORASI, R. *Reconceiving mathematics instruction: a focus on errors*. Norwood, NJ: Ablex Publishing Corporation, 1996.

22 Sobre a utilização do erro como instrumento de aprendizagem consulte as referências e/ou leia a obra: PINTO, Neuza Bertoni. *Erro como estratégia didática*. Campinas: Ed. Papirus, 2000.

2.3 Modelagem Matemática

A Modelagem Matemática é um dos caminhos para unir a resolução de problemas com o trabalho investigativo e de pesquisa. Ela favorece uma abordagem interdisciplinar e contextualizada dos conteúdos e os temas trabalhados podem ser escolhidos a partir da curiosidade dos(as) educandos(as) ou sugeridos pelo educador(a). Existem muitos temas que podem gerar modelos matemáticos interessantes. Vale destacar que a modelagem matemática, tem sido vista como princípio de caráter interdisciplinar que promove a superação de conceitos e apresenta aspecto inovador, permitindo a construção, a investigação, o diálogo e as reflexões em sala de aula. Trata-se de uma ação pedagógica que aborda, por meio de procedimentos matemáticos, um problema não essencialmente matemático.

Muitos autores de Educação Matemática, a exemplo de KLÜBER (2010); BURAK (2010) e BIEMBENGUT(2014), dentre outros, descrevem de diversas formas a Modelagem Matemática, como metodologia e fundamento para resolver problemas ou situação-problema e, também, para compreender fatos ou fenômenos da realidade. A modelagem pode ser usada no processo de ensino-aprendizagem dos(as) educando(as), retirando elementos da realidade e fazendo com que sejam capazes de criar um modelo matemático para resolver situações-problema diversas. Dessa forma, eles mesmos poderão investigar e problematizar a realidade que está sendo apresentada, e por meio desse movimento, aprenderão interdisciplinarmente e de forma mais significativa, direta e contextualizada.²³

A Modelagem pode ser constituída de várias formas e em três etapas: na primeira o(a) educando(a) terá contato com a situação proposta pelo professor ou pelo grupo. Nesta etapa, é preciso estimular a participação dos educandos(as), o que vai influenciar diretamente as demais etapas da modelagem. É o momento de levantar hipóteses e questionamentos a serem pesquisados durante o trabalho.

Na segunda etapa o(a) educando(a) irá modelar a situação apresentada. Por essa razão, é importante que esta compreenda e relacione o contexto da situação explorada com as hipóteses que possui. O(A) educando(a) precisa compreender a situação e relacioná-la com o conhecimento ma-

A obra “Modelagem Matemática na Educação Básica”, de Lourdes Almeida e outros, São Paulo: Contexto, 2012, além do embasamento teórico (parte I do livro), traz exemplos interessantes de práticas nas partes II e III.

²³ Ver exemplo em Relatos de Práticas (Estratégias e Ação).

temático a ser aplicado. Trata-se da parte mais complexa da Modelagem, portanto, o(a) educador(a) deve estar atento aos desafios, questionamentos e às dificuldades que surgirão.

Para que esse movimento se concretize, o(a) educando(a) pode expressar e formular os dados que possui com o objetivo de suscitar o conteúdo em questão, apresentando os símbolos e signos matemáticos e relacionando-os com os seus contextos. Nesta etapa, é importante que o(a) educando(a) crie seus modelos a respeito da situação proposta.

Na terceira etapa o(a) educando(a) validará ou não o modelo escolhido, além de legitimar a própria

aprendizagem. Este processo gera o interesse do(a) educando(a) em outras Modelagens; na criação de novas hipóteses; em tornar a pesquisa um hábito para resolver problemas do cotidiano, fato importante para que o trabalho não fique restrito apenas à sala de aula, mas que possa se expandir e ajudar o(a) estudante na resolução de situações dentro e fora do ambiente escolar.

Há boas razões para usar a Modelagem Matemática:

- Ampliação de elementos motivadores
- Atuação interdisciplinar
- Estabelecimento de relações e aplicações com a vida fora da escola
- Uso de tecnologias digitais
- Realização de trabalhos criativos e cooperativos
- Desenvolvimento do conhecimento reflexivo e crítico

2.4 Etnomatemática

A Etnomatemática,²⁴ a partir da pesquisa em história e filosofia da matemática desenvolvida por profissionais de diferentes áreas, principalmente matemáticos, pedagogos e antropólogos, tem como objeto de estudo os processos de geração, organização e difusão de conhecimentos e ideias matemáticas em diversos contextos culturais, sociais e históricos. Trata-se da matemática praticada por grupos culturais – comunidades urbanas e rurais, grupos de trabalhadores, classes profissionais, crianças de certa faixa etária, sociedades indígenas e tantos outros grupos que se identificam por objetivos e tradições comuns (D'AMBROSIO, 1990).

24 A Etnomatemática foi enunciada pela primeira vez pelo brasileiro Ubiratan D'Ambrosio, a partir de uma análise das relações entre conhecimento e contexto cultural, no III Congresso Internacional de Educação Matemática, ICME-3, em Karlsruhe, na Alemanha em 1976 e reconhecida no âmbito internacional após o ICME-5 (5th International Congress Mathematics Education) realizado em Adelaide (Austrália), quando o autor apresentou a conferência intitulada: Sociocultural Bases for Mathematics Education.

No Brasil, inúmeras pesquisas foram realizadas nesses contextos procurando olhar para as práticas e modos de organização de diferentes grupos culturais e compreender como desenvolvem formas de fazer e conhecer por meio da comparação, avaliação, classificação, quantificação, contagem, medição, representação e inferência, o que, segundo D'Ambrosio (2001), são bases de sustentação para as ideias matemáticas.

Como exemplos, podemos citar: a matemática dos tecidos africanos (SANTOS, 2008); os modos de contagem da etnia Guarani-Kaiowa (DOMITE, 2002); a cestaria dos Bora na Amazônia Peruana com aspectos geométricos na fabricação e decoração (GERDES, 2007); as relações espaciais e temporais dos povos do Xingu (JESUS, C.L., 2006); o conhecimento matemático popular na produção das ceramistas do Vale do Jequitinhonha (COSTA, 1998); a questão do espaço e da espacialidade de adolescentes e jovens da região de Laranjais do Jari (CLARETO, 2003); a produção de barcos e tessitura de redes dos caiçaras de Ubatuba (CHIEUS, 2002) e as práticas de trabalhadores rurais assentados (MONTEIRO, 1998).

Vale a pena citar os habitantes da comunidade quilombola Kalunga do Riachão, em Goiás, uma comunidade de tradição oral, cujos saberes matemáticos não se originam na escola, mas são provenientes da sua forma de organização, das suas crenças e da lógica interna do grupo: uma unidade de medida largamente utilizada na região, a *tarefa*, que mede o trabalho de um dia na área plantada (JESUS, 2007). As dimensões dessa área se formam da seguinte maneira: corta-se uma vara da altura de um homem²⁵ com o braço esticado para cima, a qual servirá para medir o terreno, que deve ser quadrado com cada lado medindo 30 varas. A área desse terreno quadrado, é a tarefa. Assim, uma *tarefa* de mandioca representa a quantidade de mandioca que é arrancada de uma área do referido tamanho.

Em sentido mais amplo, uma implicação dessa discussão com relação ao papel da educação formal, deve ser o reconhecimento e valorização de suas raízes culturais, sobretudo porque este é um caminho para consolidar a autonomia e a democratização no país – uma forma de lidar e enfrentar a subordinação, a marginalização e a exclusão de determinados grupos socioculturais, consequências dos processos de dominação que constituíram sociedades como a nossa.

Outra importante implicação da Etnomatemática para o trabalho pedagógico está no desenvolvimen-



A tese de doutoramento “Etnomatemática: do ôntico ao ontológico”, de Roger Miarka, é uma boa leitura suporte para o tema. Disponível em: <http://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/102101/miarka_r_dr_rcla.pdf?sequence=1>. Acesso em: 10 mar. 2016. A obra é apoiada em entrevistas com autores significativos sobre o tema etnomatemática, como Paulus Gerdes.

25 As dimensões variam de acordo com a altura de cada homem.

to de ações na área do ensino de matemática que permitam a contextualização sociocultural dos conteúdos abordados em sala de aula: a emergência e legitimação dos saberes dos(as) educandos(as) construídos a partir de experiências em seu próprio meio; a construção da “ponte” entre as aprendizagens que se dão dentro e fora do ambiente escolar bem como o aprendizado interdisciplinar.

O pressuposto fundamental é ter como referência, para o trabalho em sala de aula, as práticas sociais e culturais das educandos(as) e de suas famílias.

A situação descrita a seguir ilustra esse pressuposto, a partir do qual é possível direcionar o olhar tanto para a cultura local, discutindo-a na íntegra, quanto para a Matemática e outras áreas do conhecimento presentes e fazer uma interface com o conhecimento escolar.²⁶

Um exemplo interessante é dado pela utilização de um instrumento de medição (cuia), tomando por base atividades e denominações locais. Trata-se do relato de atividade, sob o título “A feira e as cuias”, para o Ciclo de Alfabetização (BRASIL, 2014).

Várias crianças que participaram da atividade eram filhos(as) de camponeses que têm uma horta ou lavoura familiar, cujo plantio serve basicamente para subsistência e, às vezes, para o comércio. Na colheita das plantações são usados alguns recipientes como instrumentos de medida, que são muito comuns para quem trabalha na roça.

As crianças foram levadas a uma feira livre na região,²⁷ organizada pelos próprios moradores do meio rural. Nessa feira, é muito co-

Disponível em: <<http://www.remedio-caseiro.com/cabaca-e-seus-benefícios-para-a-saúde/>>. Acesso em: 15 maio 2016.



Fruto que dá origem à cuia denominada *porongo* ou *cabaça*.

Disponível em: <<http://alexandremulato.blogspot.com.br/2006/07/almofala-dos-trememb-o-topnimo-segundo.html>>. Acesso em: 15 maio 2016.



Instrumento de medida cuia.

26 Leia em “Relatos de Práticas” duas experiências em Etnomatemática: “Pipas colorindo o céu” e “Mancala”.

27 O relato do Caderno Grandezas e Medidas não traz em qual região a atividade foi desenvolvida.

mum a utilização da cuia para medição da quantidade ou peso dos grãos para a venda. Em uma determinada barraca, identificaram a cuia como objeto de medição usada pelos familiares. No entanto, apareceram questionamentos sobre a quantidade de feijão que cabe em uma cuia. O próprio dono da barraca, seu Juca disse:

Na perspectiva da superação dos modelos únicos e hegemônicos de verdade, vale a pena conhecer o conceito de inglês como **língua franca** presente no documento de **Língua Inglesa**. Da mesma maneira que a etnomatemática busca valorizar a matemática de grupos culturais, o conceito de língua franca também legitima os usos criativos do inglês por falantes não nativos.

”

Essa cuia é bem antiga, de estimação que ganhei do meu pai, que era dono desta barraca. Na verdade, eu vendo o feijão por cuia. Cada cuia cheia de feijão custa R\$ 4,00. Outro dia estive por aqui um doutor lá da cidade que me disse que nesta cuia cabe, aproximadamente, 1 quilo de feijão.”

As crianças viram diversas cuias, presentes em outras barracas, que vendiam vários tipos de grãos e notaram que cada cuia tem um tamanho diferente e que o jeito de cada uma é diferente das outras. Foi explicado que a cuia é a metade da cabaça, um fruto que também é chamado de *porongo* em outras regiões, e, como as crianças já sabiam, nem todos os frutos do mesmo tipo são do mesmo tamanho, portanto as cabaças têm tamanhos bem diferentes e são usadas na feira como instrumentos de mesma medida.

Um importante componente educativo da Etnomatemática é o de possibilitar uma visão crítica da realidade, utilizando instrumento de natureza matemática. Essa visão crítica revela práticas matemáticas importantes, que valorizam a cultura, e que possibilitam a criação de material pedagógico qualificado. Sendo assim, em termos de aprendizagem-ensino, pode-se dizer que a discussão da Etnomatemática sugere ao educador(a) fazer emergir modos de raciocinar, medir, contar, obter conclusões, assim como procurar entender como a cultura se desenvolve e potencializa as questões de aprendizagem.



2.5 Tecnologias Digitais

Vista criticamente, a tecnologia não é senão a expressão natural do processo criador em que os seres humanos se engajam no momento em que forjam o primeiro instrumento com que melhor transformar o mundo.

Paulo Freire

Vivemos em uma sociedade que, a partir do fim do século XX, viveu uma revolução tecnológica avançando de celulares em preto e branco para aparelhos cada vez menores e criando potentes smartphones com telas cada vez maiores. A internet, que só podia transmitir textos e algumas imagens, hoje opera em conexões de alta qualidade e transmite vídeos, sons e conhecimentos em altas velocidades, com conexões de qualidade suficiente para a computação na nuvem,²⁸ onde as informações não precisam mais ficar guardadas em pen-drive, por exemplo, mas, armazenadas na rede e podem ser recuperadas por vários dispositivos.

Essas tecnologias trazem novas possibilidades de relações entre as pessoas e os conhecimentos, pois não é mais necessário guardar na própria memória uma infinidade de informações, e sim, aprender a pesquisá-las e utilizá-las de forma ética. Sob esse prisma, entende-se que a escola tem de se adaptar a essa realidade, notadamente, no ensino da Matemática.

As atuais TDICs²⁹ não são apenas a utilização do computador e da sala de informática, mas também de tablets, smartphones, aparelhos de som e até mesmo videogames, que podem ser acessados diariamente por estudantes de todas as classes sociais, em busca de informações e que, com criatividade, podem ser planejados e utilizados em sala de aula para o ensino de Matemática de forma interdisciplinar.

Convém lembrar que a Matemática tem também caráter instrumental. Ela representa uma ferramenta que serve para o tratamento de questões do cotidiano e para muitas tarefas específicas em quase todas as atividades humanas. Sendo assim, é necessário pensar em situações-problema e resoluções de problemas no contexto desafiante das tecnologias digitais.

28 A computação na nuvem ou Cloud Computing é um novo modelo de computação que permite ao usuário acessar uma grande quantidade de aplicações e serviços em qualquer lugar e independente da plataforma, bastando para isso ter um terminal conectado à “nuvem”.

29 Segundo Marinho e Lobato (2008) e Afonso (2002), TDIC são tecnologias que têm o computador e a Internet como instrumentos principais e se diferenciam das Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) pela presença do digital e incluem as multimídias.



Muitas pesquisas têm sido feitas sobre as potencialidades das tecnologias no ensino de Matemática: jogos digitais criados para o ensino; jogos comerciais que são usados como instrumentos de aprendizagem; *softwares* de geometria dinâmica que mostram na tela do dispositivo a ser usado os movimentos impossíveis de serem reproduzidos com giz e lousa; programas que ensinam junto com a matemática, como o *Scratch*, *software* instalado em todos os computadores nas escolas da Rede Municipal de Ensino (RME). Existem outros que não foram criados para fins pedagógicos, mas que podem ser utilizados, como o *Audacity*, programa de edição de áudio, também presente nos computadores da RME e que podem ser utilizados para os estudantes gravarem *podcasts*³⁰ ou programas de rádio, explicando temas de matemática.³¹

É importante considerar como têm sido feitas as abordagens de utilização das ferramentas digitais. No final do século XX e início do século XXI, o uso dessas tecnologias foi mais instrucionista, o que consiste no uso da máquina pelo professor para a manutenção do ensino tradicional. Nos últimos anos, torna-se mais construcionista, o que pressupõe o uso do computador pelo educando(a) para a construção do conhecimento.

Na abordagem instrucionista, mir o papel antes atribuído a outras mídias, como o retroprojetor, utilizado para exibição do conteúdo de ensino em atividades que mantêm o educando na condição de sujeito passivo. É também instrucionista o uso de *softwares* educacionais do tipo exercício-e-prática, embora o estudante não se mantenha passivo, mas só consiga avançar quando responde corretamente ao perguntado pela máquina, sem necessariamente



No portal: <<http://community.geogebra.org/en/2015/12/03/geogebra-groups-collaboration-for-everyone/>> (Acesso em: 30 março 2016) encontra-se o Geogebra Community, uma comunidade internacional para divulgação de materiais produzidos por educandos(as) e professores para aprender Matemática e Ciências Naturais.

Sites em inglês, como o Geogebra, podem constituir interessante espaço de trabalho integrado entre Matemática e Inglês, uma vez que a Língua Inglesa propicia não apenas o acesso à comunidade e a compreensão dos conteúdos que nela circulam, mas também a possibilidade de participação efetiva e interação de nossos estudantes com estudantes de diversos lugares do mundo em uma perspectiva inter/transcultural.

30 *Podcast* é o nome dado ao arquivo de áudio digital, frequentemente em formato MP3 ou AAC (este último pode conter imagens estáticas e links), publicado através de podcasting na internet e atualizado via RSS. Também pode se referir a série de episódios de algum programa quanto à forma em que este é distribuído. (Wikipedia). “O nome fora sugerido em fevereiro de 2004 por Bem Hammersley, no jornal The Guardian, para definir a forma de transmissão das entrevistas de Lyndon e acabou sendo adotado posteriormente para esse novo sistema de transmissão de dados. LOPES, Leo. Podcast: guia básico. Editora Marsupial, 2015.

31 Sobre a utilização de vídeos em sala de aula, há um exemplo sobre a multiplicação (séries iniciais) disponível em: <http://www.academia.edu/19525284/A_CRIA%C3%87%C3%83O_E_PRODU%C3%87%C3%83O_DE_V%C3%8DDEOS_NA_FORMA%C3%87%C3%83O_DE_PROFESSORES_COMO_ESTRAT%C3%89GIA_DE_RECONHECIMENTO_DOS_PROCESSOS_DE_ENSINAR_E_APRENDER>. Acesso em: 18 maio 2016.

te dominar os conceitos envolvidos na situação apresentada pelo *software*. Nesse caso, é o programa quem tem o controle da situação de ensino e do que pode ser apresentado ao estudante. Ainda hoje, existem *softwares* criados com abordagem instrucionista: é o caso dos jogos para treinamento de alguns conceitos matemáticos, principalmente para *smartphones*.

Na abordagem construcionista, a mídia digital tem função mediadora e é a partir dela que o estudante, sujeito ativo, constrói conhecimento. *Softwares* e multimídias devem fazer parte do ensino e aprendizagem para gerar mudanças de paradigmas de aprendizagem: parte-se de uma estrutura organizada para que o professor veja, interprete e aja no ambiente de ensino. Programas que criam conteúdos como os softwares de geometria dinâmica (*Geogebra*,³² *Cabri 3D*, entre outros), software de criação de jogos (como o *Scratch*), calculadoras dos mais diversos tipos e até alguns jogos podem ser utilizados nesta perspectiva, lembrando que não é o software que faz a abordagem, e sim o professor. Todos esses programas citados, se usados apenas para resolver exercícios explicados pelo professor, terão um caráter instrucionista.

É possível organizar pesquisas junto com os(as) educandos(as) e propiciar investigação, seleção de informações e evitar cópias de textos sem leitura e interpretação; buscar vídeos sobre os assuntos da aula em plataformas de ensino ou em plataformas de vídeos (como o *youtube*, *vimeo* etc.). Além disso, os estudantes também podem ter acesso aos educadores(as) envolvidos no processo e a seus colegas, através de redes como o *Edmodo*, bem como a trabalhos organizados com o auxílio das tecnologias digitais, fora do horário de aula. A ajuda da internet facilita a execução de trabalhos em perspectiva de projetos, em que os(as) estudantes organizam-se junto ao professor para a troca de informações e procedimentos. Conta-se também com o possível auxílio de aplicativos em celulares ou computadores, que podem facilitar a comunicação dos(as) educadores(as) com os(as) estudantes e deles entre si.

As tecnologias digitais normalmente são de fácil acesso aos(as) educandos(as) que, muitas vezes, aprendem por tutoriais na internet ou por tentativa e erro. O(a) educador(a) não precisa dominar todos os dispositivos e programas. O importante é garantir a ampliação das possibilidades de protagonismo e da aprendizagem colaborativa que as tecnologias digitais propiciam, levar em conta a realidade de cada escola em seus tempos e espaços, dentro de suas potencialidades e necessidades.

Em consonância com os aspectos anteriores, é importante que a esco-

32 O programa *Geogebra* é livre e encontrado em: < <https://www.geogebra.org/>>. Acesso em: 18 maio de 2016. O programa *Cabri 3D* é bastante interessante, mas não é livre.



la coloque em foco a discussão sobre as tecnologias tendo em vista as implicações de seu uso em diferentes dimensões: técnica, ideológica, política, ética etc. Isso significa que a escola deve refletir sobre seus objetivos considerando a vida e a atuação do educando(a) em um meio em que a tecnologia esteja presente. Assim como seu uso com responsabilidade e criatividade; o favorecimento tanto do desenvolvimento pessoal do educando(a), como de contribuições para toda a sociedade; a valorização e a assimilação construtiva das inovações tecnológicas; a possibilidade de maior vinculação entre diferentes espaços de ensino e de cultura.

Os problemas e os desafios que as mudanças tecnológicas apresentam e impõem à sociedade se constituem como elementos significativos para a reorientação permanente de diretrizes para a escola e para o currículo. É necessário incorporar estudos na área de informática, promover a formação dos professores da RME, melhorar a estrutura da rede de internet dentro das escolas, bem como conhecer e analisar softwares educacionais. Também caberá ao(a) educador(a) e à escola utilizar os recursos tecnológicos, a partir dos elementos das experiências de todos os atores escolares ou de situações criadas a partir Projeto Político-Pedagógico da escola.³³

Outro instrumento tecnológico educacional, a calculadora, já se tornou uma premissa indiscutível nos currículos de Matemática de muitos países. Se, por um lado, começamos a redimensionar a importância dos cálculos convencionais com lápis e papel, por outro, é fundamental o desenvolvimento de habilidades tais como aquisição cada vez mais ampla do senso numérico, capacidade de realizar e validar estimativas e uma postura crítica diante dos resultados obtidos pela máquina.

Situações didáticas com o uso de calculadora são indicadas como

³³ Em Relatos de Práticas estão presentes duas situações sobre utilização de tecnologias digitais: “Desafios utilizando o Minecraft On Line” e “SketchUp como ferramenta de interdisciplinaridade”.

Há dois sites que trazem apoio para as aulas com uso das tecnologias digitais:

- 1) PHET Colorado Simulations (livre) que traz simulações de Matemática e Ciências da Natureza. Disponível em: < <https://phet.colorado.edu/en/simulations/category/physics> > Acesso em: 15 mar, 2016
- 2) Banco de Objetos Educacionais para o Ensino Fundamental: animações, simulações, hipertextos, experimentos etc.



A obra Modelagem Matemática e novas tecnologias: uma alternativa para a mudança de concepções em matemática, de NINA, C.T.D, Porto Alegre: 213 p. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Faculdade de Física, Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2005 mostra caminhos de utilização das novas tecnologias em trabalhos com modelagem matemática.



um procedimento de aprendizagem, a partir das quais o estudante realize investigações fazendo descobertas, conjecturas e levantamento de hipóteses sobre ideias matemáticas. Convém lembrar que a calculadora funciona como uma ferramenta para facilitar e agilizar os cálculos, permitindo que o foco do(a) educando(a) seja prioritariamente destinado à compreensão dos conceitos em questão ou à estratégia de resolução do problema. Isso significa que uma calculadora pode ser usada, sem nenhum problema, de acordo com as situações propostas em sala de aula, justamente aquelas que são mais voltadas para procedimentos qualitativos e não apenas quantitativos.

2.6 Pensamento lógico-matemático

De maneira geral, podem-se dividir as formas de pensamento lógico matemático em três grupos mais importantes:³⁴ a lógica clássica, a lógica matemática e a lógica dialética. A primeira estuda argumentos dedutivos, por meio de regras que procuram compreender o mundo por leis que se repetem, independentemente da situação ou do objeto. A segunda busca estabelecer, por meio de leis e regularidades, formas de pensamento e de argumentação (dedução, indução, formulação de hipóteses etc.) dos conceitos matemáticos. É comum identificar na lógica matemática a simbologia própria da linguagem matemática, denominando-a lógica simbólica. A terceira caracteriza-se por argumentar por meio de oposições (tese, antítese e síntese), buscando compreender a realidade por suas contradições ou pela própria evolução histórica dos fatos.

Não é privilégio exclusivo da Matemática o desenvolvimento do pensamento lógico, mas é apoio e ferramenta para que o aprendizado se efetive. Alguns aspectos da lógica podem ser âncoras para o desenvolvimento de conceitos e também na utilização de procedimentos matemáticos. Ela está presente nas conversas informais e, por sua característica interdisciplinar, também está presente nos conteúdos curriculares dos demais componentes. A lógica pode ajudar a estabelecer a competência em estruturar uma mensagem, um discurso ou uma argumentação, além de desenvolver a capacidade de generalização ao longo dos nove anos do Ensino Fundamental.

Nos anos iniciais do Ensino Fundamental, as estruturas lógicas elemen-

³⁴ São subcategorias da lógica formal as que estão sendo denominadas como pensamento lógico em Matemática.



tares – de classificação e seriação – impulsionam tanto o desenvolvimento das operações aritméticas, quanto das operações geométricas espontâneas. Para classificar, o estudante estabelece relações "de semelhança", juntando objetos que possuem características comuns e separando-os dos que não possuem essas características. Assim, pode classificar objetos, alternando o atributo ou critério dos agrupamentos, por algum critério pessoal ou preestabelecido. Além disso, é importante a comunicação de qual foi o atributo escolhido para reunir os que podem fazer parte do agrupamento classificatório.

A *classificação* encontra-se na base de várias atividades humanas. Qualquer objeto pertence a uma ou mais classes. Um livro, por exemplo, pode ser classificado como objeto de leitura, ou como parte dos objetos de papel. Em muitas atividades como organizar estantes e arquivos, enfrenta-se uma situação na qual a classificação é necessária. Nesse caso, se os critérios não forem bem definidos, certamente o usuário da biblioteca ou do arquivo terá dificuldade em encontrar os objetos de seu uso. É importante, desde cedo, estabelecer práticas de classificação com as crianças para que gerem critérios e coloquem os objetos (ou dados) nas classes previamente estabelecidas. Ressalta-se, no trabalho em educação, o necessário cuidado ético no levantamento dos critérios para classificação com o objetivo de não reforçar preconceitos, desigualdades ou discriminações.

Para pensar em *categorização*, convém lembrar que todo conceito é, por si só, uma classe e a categorização exige que se reconheça a propriedade que faz do objeto classificado, parte do categorizado. Em Matemática, por exemplo, podemos classificar as figuras geométricas não planas e, dentre elas, categorizar os poliedros, e dentre os poliedros, categorizar os prismas e assim, sucessivamente, estabelecer propriedades que formam categorias e subcategorias de figuras geométricas não planas.

2.7 Contextualização

Os contextos na Educação Matemática, que buscam fundamentos e conexão com a realidade, são pontos de partida para qualquer atividade Matemática (o que vale também para todos os componentes curriculares). Relacionados ao que é experienciado e vivenciado, permitem a produção de significados pelos estudantes. A utilização de diferentes contextos desenvolve a compreensão Matemática de forma significativa, contribuindo para que o(a) educador(a) construa seus conhecimentos.

Diversos são os argumentos destacados na literatura da Educação Ma-



temática a respeito da importância de promover a “contextualização” dos conteúdos matemáticos. A origem do termo está associada a *contextus*, do verbo latino *contextere*, que significa *entrelaçar, reunir, tecer, compor*. Há outros significados atuais que se pode atribuir à palavra “contexto” como a inter-relação de circunstâncias que acompanham um fato ou uma situação e que contribuem para o seu significado.

Em concordância com essas definições clássicas, os contextos são *circunstâncias capazes de estimular relações entre significados conceituais e os sujeitos cognoscentes*. É relevante salientar que os conceitos contextualizados não sejam construídos como simulacros, mas como portadores de autênticas redes de significados que possibilitam a construção e a validação de hipóteses por parte dos estudantes.

A apreensão que se possa ter a respeito da contextualização dos conteúdos e conceitos deve considerar a possibilidade de vê-los ajudando a resolver situações de nosso cotidiano. Tal ponto de vista se expressa comumente na inquietação dos estudantes e professores em relacionar diretamente o que estão aprendendo ou ensinando a fenômenos que ocorrem em seu cotidiano social.

Tal preocupação pode ser resumida pela procura da resposta à questão: “Para que serve o que estou aprendendo ou ensinando?”. Embora as aplicações da Matemática no cotidiano possam constituir-se em contexto para apresentação dos conteúdos, é preciso salientar que tal ação não pode ser realizada com a perspectiva de somente responder a esta questão. Convém notar que a busca por aplicações objetivas traz o perigo de banalizar ou tornar efêmera a construção de contexto para a apresentação de determinados conteúdos. A identificação de tais aplicações deve servir para a construção de uma rede de significados que estimulam a composição de um contexto com as narrativas e metáforas pertinentes (SPINELLI, 2005).

O conceito de porcentagem no Ensino Fundamental, por exemplo, é um dos que mais aproxima a Matemática de suas relações cotidianas, principalmente em operações de compra e venda, com descontos e juros. Sendo assim, relacionar a construção conceitual a essas aplicações facilita a compreensão desse conceito. Todavia, respeitando o nível cognitivo dos estudantes, é preciso ir além das operações de compra e venda e mostrar a aplicação das porcentagens em situações que estimulem a dar passos adiante no rumo de novos conhecimentos e relações, como na análise de porcentagens ligadas a outras situações sociais ou científicas, como gráficos, ângulos centrais, tabelas, esquemas etc.

Ao realizar uma investigação sobre condições de qualidade de vida em



determinada região, partindo da realização dos cálculos, o estudante poderá refletir sobre a origem e, principalmente, sobre o destino de recursos humanos e financeiros. Tais preocupações darão o mote para um autêntico projeto de pesquisa que possa, posteriormente, traçar projetos de alteração da realidade que traz as condições necessárias para a vida, humana, animal e vegetal. Dessa forma, no contexto das aplicações cotidianas do cálculo percentual busca-se ação e produção em que o conceito pode ser reconhecido e ampliado pelos estudantes dos Ciclos Interdisciplinar e Autoral.

Outra possibilidade de contextualização consiste em organizar os conceitos matemáticos em sua evolução histórica, com base na *História da Matemática*, que apresenta grupos de eventos e circunstâncias que podem ser escolhidos para composição de contextos de ensino. Não se trata, entretanto, de somente destacar as características dos conceitos e localizar historicamente as iniciativas de estudiosos na produção do conhecimento sobre eles, que destacam matemáticos famosos e fatos descolados da realidade da época.

A História da Matemática possibilita compreender os problemas que deram origem aos conceitos e descobertas matemáticas, ou seja, para validar a proposta é preciso adaptar o clássico discurso da análise das investigações históricas para situações de ensino próximas da realidade sociocultural dos estudantes. Essa adaptação, ao mesmo tempo em que preserva a identidade das ocorrências históricas, com seu entorno e contexto sociotemporal, codifica imagens e símbolos antigos e os faz emergir em condições atuais, atribuindo-lhes significados coerentes com a proposta pedagógica concebida a partir do percurso histórico ressaltando o papel de todos os seres humanos na construção da Matemática.

Há conceitos fundamentais que podem ser utilizados no Ciclo Interdisciplinar e no Ciclo Autoral, como o reconhecimento de padrões numéricos em sequências numéricas ou geométricas, com o enfoque de encaminhar os estudantes para o pensamento algébrico. Várias circunstâncias históricas se apresentam como estimuladoras de situações didáticas para o reconhecimento desses padrões. Uma das mais emblemáticas na Educação Matemática para os anos iniciais é o uso da Tábua de Pitágoras para reconhecer nela diversas regularidades e dar apoio e compreensão para a construção, pelos estudantes, das tabuadas de multiplicação.

Outra possibilidade de contextualização dos conteúdos matemáticos ocorre sobre o fio da *interdisciplinaridade*. Para tanto, será preciso identificar possibilidades de percursos em que conceitos matemáticos possam ser associados a outros componentes curriculares e apresentados aos estudantes de forma integrada, de preferência pelo conjunto dos professores dos componentes envolvidos. Tanto no caso do Ciclo Interdisciplinar





Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=_Tz7KROhuAw>. Acesso em: 15 mar. 2016.

O grupo Barbatuques produz sons repetindo padrões que conduzem a regularidades.

Aproveite para problematizar a letra da canção, que é de domínio popular, e proponha atividades nas quais o educando/educanda possa criar padrões sonoros e rítmicos.

É possível conduzir o trabalho em atividades dessa natureza junto com os(as) educadores(as) de Artes (Música e Dança), Educação Física (para melhor compreensão/ utilização do corpo) e Matemática.



como no Autorial, devem ser visíveis as relações conceituais entre, por exemplo, temas de Matemática e de Ciências Humanas, ou de Matemática e de Artes (Visuais, Dança, Teatro e Música), ou de Matemática e Educação Física, ou de Matemática e Ciências da Natureza. Todos os componentes curriculares têm possibilidade de estabelecer conexões e integrações de conhecimento, pois no cotidiano não há compartimentalização de situações vivenciadas. É preciso, mais que perceber, buscar as relações que se estabelecem entre as disciplinas que vão além do contexto escolar.

Destaca-se por fim, mas não por menor importância, a contextualização dos conteúdos matemáticos que se pode estabelecer a partir das relações internas à própria disciplina (ou intradisciplinar). Os conteúdos internos de um componente são organizados nos planejamentos curriculares a partir de critério de relevância. Pensar sobre a organização dos conteúdos

precede qualquer outra ação de escolha estabelecida coletivamente por todos envolvidos no processo. As relações entre significados conceituais, que caracterizam a concepção de que o conhecimento é construído com o estabelecimento de uma rede de significados, devem ser estimuladas em todos os níveis, uma vez que tais relações se constroem tanto interna quanto externamente aos conceitos disciplinares.

Utilizar uma pesquisa prévia para construir o conceito do componente curricular é ação intradisciplinar. O principal – mas não único – critério para tal seleção, nesse caso, é a conectividade lógica entre os significados conceituais e a importância desses significados do ponto de vista social e pessoal, abalizada pelo Projeto Político-Pedagógico da escola.

É imprescindível trabalhar o aspecto da investigação no contexto matemático, promovendo a reflexão sobre o problema e ajudando os estudantes a pensarem sobre diferentes percursos cognitivos, criando uma atmosfera favorável para que eles concebam a Matemática muito mais qualitativa do que quantitativamente.

2.8 Matemática e Língua Materna

Pensar a educação Matemática como linguagem e estabelecer seu vínculo com a Língua Materna (Língua Portuguesa, Libras e as línguas faladas pelos imigrantes) permite reconhecer uma aprendizagem mais significativa para o estudante, pois estará mais próxima de sua realidade.

Segundo Machado (1990), tanto a Matemática como a Língua Materna são sistemas de representação da realidade que permitem a descrição do mundo em que vivemos como, interpretar, analisar, sintetizar etc. Há conexão e impregnação mútua entre Matemática e Língua Materna: ambas possuem funções e metas que se complementam. Um dos pontos de complementaridade está na importância e necessidade da linguagem matemática compartilhar a oralidade da Língua Materna, sobretudo nos ciclos iniciais.

Este compartilhamento entre as linguagens requer o planejamento de atividades e situações-problema que possibilitem condições nas quais o estudante seja estimulado a falar, explicando como pensou para chegar à solução apresentada, justificando os procedimentos utilizados; a explicar como compreendeu determinado conceito ou ideia nova, utilizando seu próprio repertório e a socializar com os demais estudantes suas maneiras de encontrar uma solução, favorecendo as aprendizagens por meio da aproximação da oralidade da Língua Materna à linguagem matemática.

A socialização de ideias e procedimentos que foram construídos individualmente (ou em grupos) permite a reorganização de ideias, a elaboração de narrativas teóricas do que foi aprendido e a troca para a criação de um acervo de ideias e procedimentos. Também as construções de argumentos para justificar a compreensão dos conceitos envolvidos e a identificação de um caminho lógico nessa compreensão permitem demonstrar para convencer (e convencer é vencer junto). Esse processo é composto por registro de etapas e estratégias, o que unifica a Língua Materna e a Matemática, de forma a representar aquilo que se pretendeu afirmar.

Sendo assim, a relação entre Matemática e Língua Materna vincula a escrita como código de representação, já que a linguagem matemática é dotada de símbolos, sinais e vocabulário próprios. Em relação ao trabalho com o vocabulário matemático, por exemplo, é fundamental partir do conhecimento trazido pelo(a) estudante, considerando a sua própria linguagem, mas tendo o cuidado de conduzir os estudantes à aquisição da linguagem específica da Matemática, uma vez que denominações e termos do vocabulário matemático devem servir como fonte para o estabelecimento de relações entre os conceitos que estão sendo estudados e, conseqüentemente, para a compreensão e busca de novos significados de um conceito.

CONEXÃO

É importante ler o documento referente à Língua Portuguesa para estabelecer relações entre a aprendizagem e utilização de conceitos do componente Língua Portuguesa e o componente Matemática como linguagem.

Esse processo de aquisição da linguagem matemática deve ocorrer, de forma gradativa e por aproximações, de acordo com as diferentes formas de aprender.

A linguagem específica da Matemática, com seus símbolos e suas representações, relaciona-se ao significado que a Língua Materna atribui ao contexto da situação proposta. Como, por exemplo, entender o significado dos termos “semelhança” ou “distintos” em Matemática sem compreender seus significados em outros contextos?

Transportando para a sala de aula as ideias expostas, é preciso questionar sobre quais são as maneiras que o docente dispõe para explicitar aos estudantes as relações entre a linguagem matemática e a Língua Materna, de forma a dar maior significação a cada símbolo ou representação matemática, vinculando-os a realidade local.

A busca por respostas passa necessariamente pelo estímulo à leitura de textos (narrativos, tirinhas, gráficos, tabelas, entre outros que contenham conceitos ou representações matemáticas) e pela oralidade que se expressa na defesa de argumentos para validar hipóteses envolvendo conceitos matemáticos.

Assim como a escolha de conceitos não é isenta de características de concepção de currículo, é preciso salientar que a política de procedimentos que deve constar neste documento, alinhada com o documento Diálogos Interdisciplinares a Caminho da Autoria, deve ressaltar o respeito às infâncias e culturas infantis, o direito à ludicidade e às diferenças individuais no processo de aprender. Mais ainda, o(a) educador(a) precisa conhecer o(a) estudante em relação a seu repertório e às suas características; interagir com todos os estudantes sob sua orientação; integrar as diferentes áreas do conhecimento à prática do ensino da Matemática, bem como garantir que as situações de avaliação sejam formativas e que se constituam como mais um elemento na aprendizagem.

Sobre o vínculo Matemática e Língua Materna, é preciso compreender que o chamado Português Brasileiro está presente em todas as situações de aprendizagem.

“A língua é a mais importante construção e herança simbólica de um povo; é parte da cultura, fertiliza e é alimentada por ela. Em sua gênese, estão todas as lutas, sempre políticas, travadas no viver cotidiano de todas as gentes, instituições e sociedades. Sempre conviveu com os verbos dominar, impor, intervir, inventar e reinventar como parte natural de seu devir histórico. É por esse caminho que se deve buscar compreender o que hoje chamamos de Português Brasileiro.” Componente Curricular Língua Portuguesa.



MATEMÁTICA

MÁTICA

MATEMÁTICA

MATEMÁTICA

MATEMÁTICA E CURRÍCULO

3

O desenvolvimento e concepções aqui propostos trazem em seu bojo uma compreensão político-pedagógica de currículo, orientada pelos documentos nacionais e municipais.³⁵ É importante estabelecer os vínculos curriculares da Matemática com outros componentes para entender o papel da Matemática na educação escolar, e convém reportar-se, especificamente, ao currículo. O processo de ensinar numa escola tem sido, sem a menor dúvida, diretivo, desde a decisão *do que ensinar*.

Toda escola estabelece previamente seu quinhão do *currículo*, isto é, escolhe num âmbito maior “*o quê*” deve ser ensinado em determinado período e em todas as áreas, ou, de forma mais restrita, o programa de estudos de um determinado componente curricular, obedecendo à proposta curricular nacional vigente. Segue-se uma ação encadeada, pois não se pode ignorar que o(a) educador(a), em sua disciplina, e os(as) demais educadores/as do Ciclo³⁶ definem um segundo nível de *currículo*, o que efetivamente trabalhará com os estudantes, sobretudo de acordo com as características que envolvem as situações-problema, as atividades e os projetos. Numa sucessão contínua, cada educando(a) estabelece o terceiro nível, seu currículo pessoal, o que lhe trouxe significado.

É preciso ter em mente que currículo é construção social, está em constante evolução, é campo em disputa e está circunscrito a valores, situações sociais e políticas, como alega Severino (2000). É práxis, com intencionalidade ampla, mas inserido no sistema social e político e, portanto, submete-se a ele. É inegável também que o fruto da intencionalidade do currículo é coletivo. Coloca-se a educação como mediação fundamental para as diversas situações na vida humana.

Severino (2000) afirma ser a educação um investimento *intergeracional*, que insere o(a) educando(a) no trabalho, na sociedade e na cultura.³⁷ A par-

35 Os documentos estão indicados nas referências.

36 No documento Diálogos Interdisciplinares a Caminho da Autoria, as páginas de 19 a 22 contêm explicitações sobre os Ciclos de Aprendizagem que podem orientar nas escolhas do que ensinar.

37 “A educação é uma prática social e política cujas ferramentas são elementos simbólicos, produzidos e manuseados pela subjetividade e mediados pela cultura. Por isso, a educação se faz como conscientização, lidando com conteúdos simbólicos da subjetividade dos educandos. Ela atua sobre as representações, conceitos e valores das pessoas, mediante comunicação inter-subjetiva.” SEVERINO, A. Joaquim. *O currículo: uma reflexão sobre a prática*. 3. ed. Porto Alegre: Artmed, 2000.p.72.



tir de práticas simbólicas é que se dá o conhecimento, isto é, pela mediação (ação intencional entre dois termos e que responde pela produção deles) da ação humana. As mediações urdem a existência histórica do ser humano, dão base ao conhecimento e à educação, alicerces para as demais práticas.

A prática³⁸ humana se transforma em *práxis*, pois ao intervir na natureza, na sociedade e na cultura, o homem constrói a si mesmo. Trata-se, portanto, de prática intencional, num processo interior, dialético e significativo, que distingue a espécie humana dos demais seres biológicos.³⁹ Pode-se dizer que o ser humano qualifica-se e se constitui na dimensão social, política e na simbólica, pois não é possível ser humano fora da sociedade.

É verdade que a educação pode enfatizar e reproduzir a manutenção das relações sociais que sustentam as forças vigentes, impondo a cultura de uma classe social sobre outras.⁴⁰ Porém, a educação não é apenas força de transmissão, mas também de transformação, de par com a preservação do conhecimento que é legado da humanidade. (FREIRE, 1989).

A transformação social também acontece pela atuação da escola, por exemplo, os TCAs (Trabalho Colaborativo de Autoria),⁴¹ pois a ação educacional é mediada pelas referências simbólicas e sociais, segundo Severino (2005). No entanto, não há transformação social sem que haja mudanças na esfera simbólica, o que garante à escola uma parte no papel de resistência à dominação ideológica opressora, necessariamente resgatando os saberes adquiridos, pois não é possível reinventar a roda toda vez, há que se conservar o acervo cultural da humanidade.

A educação permeia o processo de autorrealização dos educandos, fazendo com que percebam sua própria humanidade, de forma digna, consciente, libertadora e libertária e que fiquem atentos para a grande finalidade da vida, isto é, sua manutenção e preservação.

38 A prática, segundo o autor, é a *existência* do existir humano, em interação constante com a natureza, com outros sujeitos, na construção da sociedade e na elaboração simbólica, pela consciência, que é também preservada pela memória e pela cultura.

39 Para Severino (2005) somos seres biológicos e assim permanecemos, mas pelas ações produtivas - denominadas trabalho - que remetem a uma complexidade de intervenções com elementos sociais e referenciais simbólicos, é quebrado o ciclo do mero saciar necessidades.

40 Trata-se de *hegemonia*. No início do séc. XX, segundo o Dicionário do Pensamento Social do séc. XX, de OUTHWAITE, W. e BOTTOMORE, T., Rio de Janeiro: Ed. Zahar, 1993, a palavra, tradicionalmente, indicava o domínio de um país sobre outros, além do princípio em torno do qual um grupo de elementos se organizava. Neste texto, usa-se o significado dado por Gramsci, que indica o princípio organizador da sociedade na qual uma classe se impõe sobre as outras, não apenas através da força, mas também por manter a sujeição das massas da população por reformas e concessões, e por influenciar o modo como as pessoas pensam.

41 Para maior compreensão sobre os TCAs sugere-se a leitura do “Plano de Navegação do Autor” (aluno e professor), da Secretaria Municipal de Educação/ Diretoria de Orientação Técnica Ensino Fundamental e Médio, publicação de 2014.



A *qualificação* do ser humano, para que possa ser capaz de intervir no mundo e transformá-lo, considerando todos os valores éticos, estéticos e a não violação das condições básicas da vida, pode também vir da educação, como *práxis*, ao atingir níveis técnicos, éticos e políticos, perpassada por intencionalidade teórica, nos níveis físico, social e simbólico (SEVERINO, 2000).

Leva-se em conta que o conhecimento é ganho social e não apenas individual, ou seja, é *pessoal* (adquirido pela pessoa), mas não individual (apenas para si). Sendo assim, faz-se necessária a consciência de *pertencimento* à comunidade.

Para pensar no coletivo é conveniente destacar, de acordo com Severino (2000) os *atores*, o *território* e a *acessibilidade* ao conhecimento que se quer adquirir, mesmo sabendo que há diferenças, que devem ser respeitadas, nas relações pessoais com o conhecimento.

Em uma comunidade aprendiz, como a escola, deve-se estar atento para a apreensão de conhecimento e, dessa forma, é necessário estabelecer linguagens comuns a todos, em rede pela própria comunidade em busca do diálogo, entre todos os atores que a constitui. Parte-se do pensamento sobre o universo das linguagens, incluindo as artísticas, e caminha-se para além dos conteúdos, em séria reflexão sobre os processos.

Como o currículo não é receituário, mas diretriz, deve representar o resultado de um esforço comunitário na gestão de interesses que podem ser coletivizados e resguardados. É preciso ficar atento ao currículo matemático, sabendo que o conhecimento matemático compartilhado tende ao infinito ao se multiplicar em seus eixos estruturantes e estabelecer conexões entre eles.

Uma vez estabelecido o “como” e “o quê” ensinar em Matemática, é adequado pensar no uso de ferramentas cartográficas⁴² como divulgação da produção de conhecimento na comunidade. Por tratar-se de cartografia não é apenas territorial, mas representativa e pode ser utilizada para visualização, compreensão e tomada de posição, facilitando o funcionamento do pensamento em rede. Como em um mapa, obtém-se a visão do coletivo sem perder o acesso a sua singularidade.

Tendo em vista que o currículo é *navegador* (LEVY, 1998), isto é, que absorve a configuração de rede social ao envolver pessoas, objetos técnicos, valores, conhecimentos e práticas, a instituição escolar e seus atores vinculados ao ensino da Matemática podem e devem criar seus próprios desafios e estímulos e suas formas de divulgação de resultados. É preciso entender o

42 Mapas conceituais, por exemplo.



currículo vinculado à cultura, e não reduzi-lo a um mero transmissor de conhecimentos efetuados de forma mecânica, absorvidos passivamente por parte dos(as) educandos (as), mas sim de terreno em que se criará, de forma ativa, a cultura, inclusive, a escolar.

O currículo está envolvido na produção ativa da cultura, no entanto, é conveniente lembrar que cultura é terreno em que se enfrentam diferentes e conflitantes concepções de vida social, pela qual se luta. Currículo é também *recorte*, pois estabelece e respeita a cultura escolar,⁴³ que nem sempre é a mesma cultura social. Perceber a relação íntima entre os componentes curriculares favorece o movimento de integração das culturas, tanto a escolar como a produzida além da escola.

Sob essa óptica, é bom pensar na sucessão desencadeada dos níveis curriculares descritos inicialmente, pois o que muitas vezes atrapalha o aprender e o ensinar é exatamente a tentativa exacerbada de normatização no ensino da Matemática, a qual afasta o educador das perguntas pedagógicas centrais, dentre elas, “qual é o lugar da Matemática no currículo?” Não se pede aqui a falta de ordem, mas sim a ausência de opressão e a busca de horizontes abertos para perguntas.

Os saberes coletivos, como os culturais, opõem-se ao saber disciplinar desvinculado dos demais, não se trata de descredibilizar a Matemática como ciência ou linguagem, mas evidenciar o diálogo entre o saber acadêmico e o popular e os de outras culturas que compõem as populações brasileiras, quase marginalizadas, como a do indígena, do afro-brasileiro, do camponês(a), da criança, da população urbana pobre etc. Nessa linha de pensamento, o saber matemático precisa também levar em conta, por exemplo, a existência de outros tempos (não apenas o linear), como a dos antepassados, vital para alguns povos; das estações do ano; evidenciar que os países mais desenvolvidos não estão na frente dos menos favorecidos pela evolução ao longo de suas existências e evitar o conceito da extensão do passado, a redução do tempo presente e a mera expectativa do futuro. O conhecimento da Matemática de várias culturas pode ajudar no desenvolvimento da identidade pessoal, para distinguir o que é hierarquizado do que não é e validar as semelhanças e as diferenças que ficaram após a distinção.

Conhecer um pouco da trajetória da Matemática e também de seu ensino ajuda o(a) educador(a) a desenvolver caminhos diversos para que

43 A forma como determinados conhecimentos da Física no Ensino Médio são apresentados – como exemplos de Física Quântica – não tem o rigor do conhecimento acadêmico. Ocorre que isso não é banalização do conhecimento, mas adequação ao nível escolar. As reproduções em *Xerox* podem ser compreendidas pelos educandos(as) e têm base nesse conhecimento.



os estudantes gostem da disciplina e aprendam a trabalhar em projetos em escalas locais, nacionais e globais, que promovam o abandono da ideia do universalismo hegemônico; a valorizar sistemas alternativos de produção, de organizações populares, cooperativas de trabalhadores, economia solidária, empresas de pequeno porte autogestionadas etc.

Em resumo, dar credibilidade e sustentabilidade não ao futuro abstrato, mas a um imediato, ao alcance dos que estão vivos hoje e aceitar os princípios de igualdade e o reconhecimento da diversidade, rompendo com a hierarquia de gênero, cor, etnia, classe social etc. A Matemática como componente curricular precisa ser trabalhada em situações intradisciplinares e interdisciplinares, que propiciem vivências de autoria e autonomia, lúdicas e criativas, de forma a compor positivamente o projeto político-pedagógico da escola.



MATEM

MÁTICA

DIREITOS DE APRENDIZAGEM PARA OS CICLOS INTERDISCIPLINAR E AUTORAL

4

4.1 Direitos⁴⁵

Os Direitos de Aprendizagem do componente curricular Matemática são apresentados de acordo com os princípios propostos pelos documentos validados pela Rede Municipal de Ensino. É propósito que todos(as) educandos(as) dos Ciclos Interdisciplinar e Autoral possam comunicar-se e desenvolver-se intelectualmente, pessoal e socialmente, considerando as infâncias, as culturas infantis e a diversidade cultural do meio em que vivem.

O estudante tem direito de aprofundar e ampliar os conhecimentos adquiridos, vindos da escola ou de suas vivências cotidianas. Os Direitos de Aprendizagem em Matemática, como dos demais componentes curriculares, são orientados para o desenvolvimento humano, a luta pela paz, liberdade, convívio respeitoso, equilíbrio e justiça social.

Parte-se do princípio que todos os atores envolvidos na educação estão comprometidos com uma escola de Qualidade Social, visando a um processo contínuo e permanente de aprender, contemplado pela participação democrática. Nesse princípio, insere-se a Rede Municipal de Ensino em seu papel, que é responsável pela construção curricular integrada e articulada às necessidades de educandos(as) e educadores(as), em movimentos de diálogo com todos os envolvidos nos processos educativos.

Igualmente comprometidas com ações e princípios estabelecidos coletivamente, as Diretorias Regionais de Educação devem ter como percurso de trabalho a organização curricular, considerando o aprendizado profun-

⁴⁵ Os direitos aqui propostos são os escritos a partir dos estabelecidos nos Elementos Conceituais Curriculares.



do baseado nos fundamentos, princípios e conceitos dos componentes curriculares e seus diálogos interdisciplinares, em busca de autoria. Também é importante estabelecer conexões entre os interesses e necessidades dos estudantes nas decisões pedagógicas e políticas da comunidade escolar.⁴⁶

Fazem parte do compromisso de cada escola, a partir de seu Projeto Político-Pedagógico tendo em vista as possibilidades de aprendizagem interdisciplinar que colocam o(a) educando(a) no centro do aprendizado, pensar em questões orientadoras como: O quê? Como? Quando ensinar?

Considerar a criança e o(a) adolescente como sujeitos históricos de suas aprendizagens, com a oportunidade de manifestar interesse, curiosidade, engajamento, participação e responsabilidade pelo próprio aprendizado, tendo em vista o contexto local, contribuem para ampliação cultural e de sua própria visão de mundo.

Além dos princípios já elencados, referentes ao ensino e aprendizagem da Matemática, também é importante estabelecer princípios Éticos, Estéticos e Políticos: princípios éticos de autonomia, de responsabilidade, de solidariedade e de respeito ao bem comum; princípios políticos dos direitos e deveres da cidadania, do exercício da criticidade e do respeito aos princípios democráticos; princípios estéticos de sensibilidade, criatividade e diversidade de apreciação e produção artística e cultural.

Os Direitos de Aprendizagem que envolvem o processo de letramento e aprendizagem contínuos estão atrelados à compreensão dos fenômenos da realidade. Esta compreensão oferece ao sujeito as ferramentas necessárias para que ele possa reconhecer-se como indivíduo e agir conscientemente sobre a sociedade na qual está inserido. É papel da escola criar as condições necessárias para que o estudante possa apropriar-se dessas ferramentas em suas práticas sociais. Assim, os conceitos de Letramento e Aprendizagem em Matemática estão diretamente ligados à concepção de Educação Matemática e tem como espinha dorsal a resolução de situações-problema e o desenvolvimento do pensamento lógico.

As múltiplas relações estabelecidas entre os elementos do cotidiano e os conhecimentos matemáticos contribuem, mais do que em outros tempos, para a concepção de que o ato de conhecer um objeto implica vê-lo relacionado a outros, com significados diversos.

Visto dessa forma, um objeto matemático pode ser compreendido como um feixe de relações, relações estas que dependem, em quantidade e em qualidade, do grau de conhecimento que o sujeito possui sobre ele. No processo de construção conceitual, novos significados são agregados,

CONEXÃO

É importante ler o documento referente ao componente curricular Arte, em busca de referenciais estéticos, éticos e políticos no ensino das artes no Brasil e na Rede Municipal de Ensino de São Paulo.

46 Comunidade escolar aqui considerada: gestores(as), educadores(as), educandos(as), funcionários(as), famílias.

ampliando o já estabelecido feixe de relações e constituindo uma rede, que é um emaranhado de significações em torno do objeto.

O conhecimento matemático é construído, portanto, a partir das relações que o sujeito estabelece entre os diversos significados conceituais de um objeto. A quantidade e a qualidade dessas relações gradua o nível de compreensão acerca do objeto de conhecimento. Assim, conhecer é apreender os significados e vê-los em suas múltiplas relações. O modelo da construção do conhecimento com base na metáfora da rede de significados torna-se apropriado para a compreensão dessa trama de relações que se estabelece entre diferentes significados de um objeto. Justifica-se, portanto, destacar os pressupostos de tal modelo, recolhidos de Nilson Machado (1995) que podem orientar o educador/educadora em suas práticas: *“compreender é apreender o significado; apreender o significado de um objeto ou de um acontecimento é vê-lo em suas relações com outros objetos ou acontecimentos; os significados constituem, pois, feixes de relações; as relações entrecruzam-se, articulam-se em teias, em redes, constituídas social e individualmente, e em permanente estado de atualização; em ambos os níveis – individual e social – a ideia de conhecer assemelha-se à de enredar”*. (p.138)

Dessa forma, entende-se a aprendizagem matemática como instrumento de formação e promoção humana, em busca da paz, do reconhecimento e respeito a toda forma de vida.

Tendo em vista os fundamentos das aprendizagens relativos à Matemática aponta-se, a seguir, o que os estudantes têm o direito de apreender neste componente curricular nos Ciclos Interdisciplinar e Autoral.

4.1.1 Caminhos próprios

Um dos direitos a ser considerado, explorando o que o(a) educando(a) já sabe, é a utilização de caminhos próprios na construção do conhecimento matemático, como ciência, linguagem e cultura construídas pelo homem, através dos tempos, em resposta a necessidades concretas e aos desafios próprios dessa construção. Isso implica o desenvolvimento do uso de estratégias operatórias que se apoiam nos cálculos mentais, nos exatos, nos aproximados e nas estimativas, na resolução de operações, de situações-problema, de operações de cunho algébrico – na criação e compreensão de sentenças matemáticas.⁴⁷

⁴⁷ As estratégias incluem o uso dos gestos, dedos, material de manipulação etc.



CONEXÃO

É importante ler o documento referente ao componente curricular **História**, notadamente a parte que trata da concepção da disciplina, para fortalecê-lo em relação à utilização do recurso História da Matemática em aprendizagem matemática.

O papel da Matemática para garantir este direito está associado a organizar o pensamento e desenvolver habilidades relacionadas ao raciocínio lógico; ajudar a estabelecer relações entre objetos, conceitos e fatos, ao mesmo tempo em que desenvolve habilidades de previsão, explicação, antecipação e interpretação de situações reais para depois interferir na realidade. O conhecimento matemático não apenas representa e analisa o real, mas também pode intervir nele.

Ressalta-se a exploração da História da Matemática, como referência, considerando-a como construção humana, participante das culturas, nos diversos contextos socioculturais e resolvendo situações-problema. Nos Ciclos Interdisciplinar e Autoral o importante é que, em vários e diferentes momentos, o estudante se sinta parte e escritor dessa história. No entanto, é necessário tomar cuidado para não transformá-la em grandes nomes, isolados do momento histórico atual e de seu contexto social, nem tratá-la como um leque de curiosidades.

4.1.2 Reconhecimento de regularidades

Outro direito é o reconhecimento de regularidades advindas de repetições de padrões, em diversas situações, de diversas naturezas, estabelecendo comparações e relações entre elas e as regularidades já conhecidas.

A Matemática comporta um amplo campo de relações, regularidades e coerências que despertam a curiosidade e instigam a capacidade de generalizar, projetar, prever e abstrair, favorecendo a estruturação do pensamento e o desenvolvimento do raciocínio lógico.

O reconhecimento de padrões e regularidades está presente em todos os componentes curriculares: em Língua Portuguesa (rimas, organização silábica, regras ortográficas etc.); em Artes (ritmos na música e na dança, em partituras ou registros rítmicos, em padrões visuais e mosaicos etc.); em Educação Física e Arte (teatro - em movimentos corporais, em jogos etc.); em Ciências da Natureza (as regularidades existentes no corpo humano; em situações da Física e da Química que permitem generalizações, no estabelecimento de medidas-padrão etc.); em Ciências Humanas (as regularidades e padrões em paisagens e em padrões espaciais etc.); em História (as configurações culturais, o reconhecimento de determinados padrões mundiais etc.)

O reconhecimento de padrões e regularidades é um importante aspecto que pode ser desenvolvido por meio de atividades interdisciplinares, e disciplinares, que estimulem a pesquisa e a reflexão sobre determinados elementos da ação humana sobre o meio ambiente, provocando alterações

significativas nos rumos da história.

Ressalta-se o papel importante da Arte no reconhecimento, utilização e transformação dos padrões e regularidades. Um exemplo disso é mostrado por dois trabalhos que têm por base o Bolero, de Ravel. Trata-se, em primeiro lugar, de uma música composta por Maurice Ravel em 1928. Ela tem um ritmo invariável e uma melodia metódica e repetitiva. A sensação de mudança vem pelos efeitos intensificadores da orquestração, com um crescente progressivo.

Com base nos efeitos do Bolero, a artista Anne Adams criou, em 1994, os quadros “Desvendando o Bolero”, transformando a leitura sonora dos padrões da música em padrões visuais.⁴⁸



Leitura dos padrões do Bolero de Ravel por Anne Adams:
“Desvendando o Bolero”, 1994.

Além disso, é pela percepção das regularidades e padrões que nos damos conta daquilo que não pertence à norma e é, portanto, singular. Do ponto de vista pedagógico proposto, sobretudo pela Etnomatemática, é também fundamental que o(a) educador(a) reconheça a singularidade cultural da maneira “matematizante” de pensar de alguns grupos e proponha projetos sociais críticos a partir desse reconhecimento.

48 Observe os efeitos de repetição criados na pintura de Anne Adams.

“A Arte constitui-se interdisciplinar, coloca-se entre os saberes. Relaciona-se e interage com os demais componentes, visando a formação integral dos sujeitos. Pela Arte busca-se o trânsito entre as partes e o todo da realidade e vice e versa. Componente Curricular Arte, p.25

Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=dZDiaRZy0Ak>>. Acesso em: 18 abr. 2016.



Disponível em: <<https://www.newscientist.com/article/dn13599-bolero-beautiful-symptom-of-a-terrible-disease/>>. Acesso em: 18 abr. 2016.



4.1.3 Linguagem simbólica

Outro direito refere-se à utilização de uma linguagem simbólica universalizada na representação e modelagem de situações matemáticas como forma de comunicação.

É parte da linguagem matemática o uso da linguagem cotidiana, para explicitações e discussões sobre conceitos matemáticos como: quadrados, adição, subtração, divisão, função etc. No entanto, muitas vezes essas linguagens diferem entre si. A linguagem matemática compreende um sistema de signos, símbolos e sinais, com significados próprios. Ela é específica, estruturada e universalizada e está sempre associada a conceitos. Representar, por exemplo, um número por meio de palavra ou de um desenho é ação desprovida de significado se o estudante não formar, progressivamente, o conceito de número, a partir de situações do seu cotidiano, como de contagem, de trocas que envolvam o sistema de numeração decimal etc. Vale lembrar que a apropriação da linguagem matemática deve acompanhar o processo de construção dos conceitos matemáticos.

A utilização da linguagem favorece a descoberta de relações pertinentes a um fato – como as de argumentação ou de proposição, da organização temporal da ação - e também de sua análise, considerando a concisão e objetividade no uso da linguagem.

Nos Ciclos Interdisciplinar e Autoral, como no Ciclo de Alfabetização, a importância da utilização de uma linguagem simbólica traz em seu bojo a oralidade Matemática. O(a) educando(a) precisa argumentar, relatar, comentar, discutir, descrever caminhos etc. O falar e o conversar sobre Matemática, na explicitação de pontos de vista da socialização de procedimentos e nas argumentações sobre a compreensão de um conceito são importantes ações de aprendizagem matemática.

CONEXÃO

É importante ler o documento referente ao componente curricular Ciências em busca de pistas e fortalecimento de ações de investigação crítica e criativa, uma vez que há uma ligação forte entre os componentes Ciências e Matemática.

4.1.4 Investigação crítica e criativa

Esse é o direito que diz respeito ao desenvolvimento de atitude investigativa e crítica no contexto de identificação e resolução de situações-problema, produzindo registros próprios e buscando diferentes estratégias de resolução.

A Educação Matemática prioriza o desenvolvimento do trabalho investigativo ao criar condições favoráveis para a aprendizagem, de tal forma que a ação pedagógica comece a ser organizada com problematizações, se-

guidas de discussões e elaborações, para sistematizar os processos e analisar os possíveis resultados obtidos. Um dos papéis da escola é o de promover, junto aos estudantes, o desenvolvimento de uma postura crítica, problematizando, analisando e interpretando as diversas situações.

Nos Ciclos Interdisciplinar e Autoral, fundamentalmente, o aprendizado da Matemática ocorre a partir de ações reflexivas, quando o estudante compara, discute, questiona, cria e amplia ideias, e também quando percebe que a tentativa e o erro fazem parte do processo de construção do conhecimento. Essas ações investigativas geram no estudante o desejo de responder a uma pergunta instigante, integrar-se às regras de um jogo, seguir as estratégias socializadas por um colega, propor estratégias ou resolver um problema. Nessa direção, propõem-se, na escola, situações em que haja negociação entre os(as) educandos(as) ou entre os(as) educadores(as) e os(as) educandos(as), tendo em vista a resolução de problemas essenciais para a construção do conhecimento matemático.

A Matemática como Ciência é tomada por situações próximas das Ciências da Natureza e deve ultrapassar os muros da escola em ações externas de investigação e aplicação. Traz inúmeras possibilidades de interlocução com diversos Componentes Curriculares.

4.1.5 Ludicidade, jogos e brincadeiras

A palavra ludicidade vem da latina *ludus* que significa jogo. Se atrelado à origem da palavra, o conceito seria apenas referente ao jogar e ao brincar. Contemporaneamente, o lúdico apresenta valores específicos para todas as fases da vida humana. É importante para a saúde mental e favorece as manifestações genuínas dos seres humanos por corresponder a impulsos naturais que satisfazem as necessidades interiores de alegria e de prazer.

É possível considerar a ludicidade como raiz da cultura humana e entender o impulso lúdico como o motor do desenvolvimento cultural.

Conceitos Científicos são unidades básicas não apenas no cotidiano dos laboratórios de pesquisa, mas também nas salas de aula nas quais se aprende Ciência. Trata-se de dois domínios distintos, nos quais se reconhece amplamente que os Conceitos Científicos não possam transitar livremente de um ao outro sem a necessidade de ajustes e modificações importantes, por duas ordens de razões. A primeira delas é de razão didática, ou seja, um enunciado científico deve necessariamente ser preciso quando usado em um laboratório ou em uma sala de cirurgia. No entanto, esse mesmo enunciado pode não ser útil em uma sala de aula, quando se procura compartilhá-lo com certa comunidade. Nesse momento, há que se pensar em torná-lo mais próximo do universo cultural da comunidade a que pertence aquele grupo de pessoas. Componente curricular Ciências Naturais, pag.45



O *modo lúdico* de viver refere-se à forma de portar-se frente às questões apresentadas, e é menos visível a um observador externo, mas de fundamental importância para o equilíbrio humano.

O lúdico precisa ser considerado como direito de toda a criança e adolescente, e pode se constituir como um dos fatores para a promoção de relações afetivas com o mundo, pessoas e objetos. Por meio de atividades lúdicas (em jogos e brincadeiras) ou situações em que a ludicidade está inserida sob outras formas, o(a) educando(a) faz uso de dois elementos que favorecem fortemente a busca do conhecimento: o prazer e o esforço espontâneo, que canalizam energias em favor do que é proposto para ser aprendido.

Além disso, as situações lúdicas mobilizam esquemas mentais e físicos que estimulam o desenvolvimento do pensamento. Jogar e brincar são, primordialmente, situações de aprendizagem, pois envolvem regras, estratégias e imaginação para além dos comportamentos habituais. A criança, por exemplo, reproduz muitas situações vividas em seu cotidiano que, pelo “faz de conta”, são reelaboradas e recriadas de forma a vislumbrar novas possibilidades e interpretações do real.

Pensando sobre os jogos e brincadeiras, existem algumas teorias que justificam seu aparecimento entre os seres humanos:⁴⁹ necessidade de imitação, de distinção, de competição para dominar, de escape aos impulsos prejudiciais e de preservação do valor pessoal. As razões, embora bastante fortes, não se caracterizam como necessidades biológicas. Então, por que jogar e brincar é tão divertido?

Sobre o brincar, a concepção baseia-se no documento “Currículo Integrador da Infância Paulistana” (da página 56 à página 60) e no documento “Diálogos interdisciplinares a caminho da autoria” (da página 23 à página 34).

Provavelmente, porque ambos produzem tensão e em seguida um alívio da tensão, ultrapassando a esfera da chamada vida real. Tal função aparece desde as mais distantes

origens. As grandes atividades da humanidade são marcadas pelo jogo. Huizinga (2001) afirma que as marcas estão presentes também na linguagem e em situações em que as artes têm seu lugar. Dessa forma, poemas são jogos poéticos, como os haicais, criações musicais são jogos sonoros, existem os jogos dramáticos, os jogos da dança etc.

Outra associação relevante, do ponto de vista da cultura, é a do jogo ao mito. O ser humano procurou, pelos mitos, explicar os fenômenos da natureza, atribuindo a eles ação divina. Nas *criações míticas*,⁵⁰ arbitrarias

49 Os animais também vivem situações lúdicas.

50 Na antiga China, por exemplo, acreditava-se que a dança e a música tinham por finalidade manter o mundo em seu curso e obrigar a natureza a proteger o homem. Em várias culturas está presente a dança ritual para fazer chover.

em cada cultura, a fantasia transita entre a brincadeira e a seriedade em cultos, sacrifícios, celebrações e mistérios, destinados à manutenção da ordem e do direito.

É possível, segundo Huizinga (2001), resumir as características formais de um jogo (estendendo para as brincadeiras e demais situações lúdicas), sabendo que ele é livre, deliberadamente assumido como “não sério”, tomado às margens da vida dita habitual, mas inteiramente capaz de absorver o jogador e colocá-lo numa situação de isolamento (pois enquanto joga se desprende da realidade objetiva), de vivência integral da ordem, de fazê-lo mobilizar todo seu arsenal ético, além de promover a socialização pela cumplicidade e parceria, e de reforçar a sacralização do momento.

Convida-se a pensar o jogo e demais manifestações lúdicas como elemento sociocultural. A delimitação de espaço, de tempo e de regras para um jogo é uma característica primordial de um rito, pois estabelece um sistema e o conserva. A alegria associada às manifestações lúdicas também aparece em celebrações religiosas,⁵¹ nas quais as consagrações, danças, comidas ou competições sagradas constituem uma festa. Ao analisar ritos e jogos observa-se a trajetória do homem (GEERTZ, 1978). Portanto, resgatar jogos e brincadeiras facilita a compreensão de elementos de outras culturas⁵² por meio do conceito de memória coletiva.

Para Brougère (1998), o jogo é espaço social e supõe acordos estabelecidos por quem joga. É espaço pouco controlável do exterior, mas carrega internamente toda a marca das características complexas de causas que são ativas. Eis a força, pois dentro de acasos e indeterminações oriundas dessa complexidade, organiza-se e impõe-se.

A não produtividade ou não fecundidade, de acordo com Caillois (1990), é a grande característica do jogo e, precisamente, o que o desacredita em muitos meios. Por essa razão é necessário que o educador compreenda sua função social, cultural e educativa. Segundo o autor, o jogo diferencia-se do trabalho ou da arte, pois naquele não há colheitas, objetos manufaturados, nem obras artísticas. Os jogadores “profissionais” também não se encaixam na definição de jogo, pois recebem para jogar e não têm a liberdade necessária para fazer escolhas.

Diversos autores concordam quanto à relevância da contribuição do jogo e das demais situações lúdicas, especificamente, para o desenvol-

51 Nas festividades rituais gregas ou nas de origem africana é difícil estabelecer um limite entre a festa e a emoção – exaltação - religiosa. Nas festas religiosas não há uma total ilusão, mas tal efeito pode ser associado a alguma das categorias do jogo, que são referidas adiante.

52 O conceito de diversidade liga-se às qualidades distintas, e é diferente do conceito de pluralidade, ligado à quantidade.



vimento das capacidades cognitivas como a oralidade, a criatividade, a motricidade e as relações sociais. Destacam-se os aportes de Vygotsky e Bruner como centrais para entender o papel do jogo no processo de ensino e aprendizagem.

O confronto de diferentes pontos de vista que está presente nos jogos e nas brincadeiras é essencial para o desenvolvimento pessoal de cada estudante. Pensar as situações lúdicas dessa maneira implica reavaliar o papel e as atitudes do educador, uma vez que supõe a presença de profissional ativo, que toma decisões e que considera as formas de pensar de cada criança e de cada adolescente e do grupo composto por eles. Supõe um profissional que pensa não só em como e quando interferir, mas também no próprio instrumento utilizado (SOUZA, 2007).

É importante ressaltar os jogos e brincadeiras como elementos de inclusão e de fundamental importância para que a criança com alguma deficiência fique como as demais, visíveis e participativas. Para isso é ne-



Fotos disponíveis em: <<http://surdohk.blogspot.com.br/2014/04/ensino-de-alunos-com-surdocegueira-e.html>>. Acesso em 05/07/2016.

cessário que as atividades lúdicas sejam planejadas para serem únicas para todos e todas, ao mesmo tempo e no mesmo espaço.⁵³

Considerando os espaços que as crianças têm hoje para brincar, o pátio da escola, os parques, as praças e quintais são indispensáveis em atividades lúdicas propiciando a criação e expressão das culturas infantis, nas quais todos possam utilizar o corpo e interagir com os colegas. As atividades corporais favorecem o desenvolvimento do senso espacial – de localização, de movimentação e de representação no espaço –, além de outras abordagens específicas do senso numérico e de uso de tabelas – contagens, estimativas, estabelecimento de funções para os números –, das ideias operatórias na contagem de pontos e dados resultantes de jogos. Além disso, em muitas situações desenvolvidas nesses espaços, os(as) estudantes são movidos a estabelecer procedimentos de medição e de interpretação de resultados de medidas. No entanto, tais conceitos utilizados em jogos e brincadeiras em espaços maiores não precisam servir sempre de mote para a organização de conceitos matemáticos. A criança precisa participar de brincadeiras nas quais ela apenas brinque e escolha as brincadeiras das quais vai participar.

Para Vygotsky (1991), a atividade lúdica surge para resolver uma contradição, a que se estabelece entre o desejo de agir sobre um objeto e o domínio das operações necessárias para a execução da ação. O autor defende de forma dialética a humanização, que se dá a partir de dois elementos básicos: o Instrumento e o Signo. O primeiro age sobre os objetos e o segundo, sobre o psiquismo de tal forma que a cultura configura-se como um "palco de negociações" e a linguagem como o fator mediador dos signos produzidos pela cultura. Para o autor, a linguagem oferece três possibilidades para o entendimento do jogo – inclusa a brincadeira – do ponto de vista histórico-cultural: a linguagem pode operar na ausência do objeto; a criança pode categorizar e generalizar, pela linguagem, os objetos com os quais entra em contato; ela, pela comunicação, garante a conservação e a transmissão de informações e experiências.

Para Bruner (1997) as situações lúdicas abrem um espaço de aprendizagem na qual o erro não paralisa as crianças, o que permite construir novas estratégias para a resolução de tarefas e o uso de diversas ferramentas de apoio. Além disso, facilitam as transformações simbólicas que envolvem desejos e conflitos e a apropriação de valores sociais.

53 Há atividades em Matemática para crianças com deficiência auditiva em: <<http://surdohk.blogspot.com.br/2014/03/aprender-matematica-com-criatividade-e.html>>. Acesso em: 05/07/2016.



Vale ressaltar a polissemia que envolve o termo “jogo” e que conduz aos termos “Jogos Pedagógicos”,⁵⁴ aparentemente claros e transparentes, a começar pela diversidade de fenômenos vinculados à denominação. O significado imediato é o de ser *atividade lúdica*, mas existem diversas atividades não lúdicas que também são definidas como jogo. A noção de jogo contempla a estrutura,⁵⁵ ou o conjunto de regras, existentes independentemente dos jogadores, sem que haja realização da atividade *jogar*. Os dois conceitos se complementam quando o jogo ocorre (SOUZA, 2007).

O conjunto dos materiais que será usado em um jogo, como tabuleiros e peças, é também chamado de jogo. Curiosamente, é possível jogar sem tais materiais – há partidas de xadrez feitas “às cegas” – ou usá-los como decoração, sem nunca jogar com eles. O uso metafórico da palavra jogo estende-se também para objetos. Ter um jogo de chaves de uma casa, por exemplo, não significa que se vá jogar com elas.

Jogos também podem ser compreendidos como representações, como os dramáticos ou jogos de guerra. Há, portanto, vários usos para a palavra jogo, que vêm do cotidiano e pressupõe interpretações pessoais e sociais sem a preocupação de construir conceitos a partir de utilizações. Porém, o pensamento humano trabalha sobre - e pela - língua e interessa a uniformização de linguagem, que facilita o percurso mental para o entendimento. É importante ressaltar que há algumas organizações que garantem a não imutabilidade ou até mesmo a inexistência de fronteiras muito delimitadas, em todas as possíveis interpretações da palavra jogo⁵⁶ (SOUZA, 2007).

A expressão Jogo Pedagógico ou Educativo também traz questões semânticas, mas empregam-se essas expressões não solitariamente, pois fica subentendido que fazem sentido para um determinado grupo social, o dos educadores.

O Jogo Pedagógico é feito ou adaptado para estudantes, de modo a oferecer condições que aumentem seu interesse, seja pelas estratégias que precisam usar para vencê-lo, seja pelas suas várias formas de representação, para que possam fazer associações ou estabelecer alguns níveis de conceitualização do componente curricular que faz uso do jogo (SOUZA, 2007). Con-

54 Considera-se todo Jogo Pedagógico como cooperativo, pois mesmo que haja a competição, os educandos(as) são parceiros na aprendizagem matemática proposta.

55 A partir da estrutura, pode-se conhecer, por exemplo, as regras de um jogo em que existam jogadores.

Acontece, porém, de o jogo ser apenas o espetáculo, como em intermináveis discussões em mesas redondas transmitidas pela televisão, depois que um jogo qualquer ocorre, especialmente, uma partida de futebol.

56 Algumas palavras, ou expressões, migram dos jogos para a linguagem coloquial, como, por exemplo, *blefar*, “*jogo de cintura*”, “*joga com trunfos*” etc.

tudo, a motivação não é o único nem mais importante fator que justifique a utilização de Jogos Pedagógicos, o que será tratado com maiores detalhes na seção Estratégias e Ações. Convém também ressaltar a possibilidade de utilização dos Jogos Pedagógicos Digitais, em consonância com a utilização das Tecnologias da Informação e Comunicação.

Há jogos milenares como Xadrez, Mancala (N'GUESSAN, 1992), Jogo da Onça (LIMA, 2004) e Go⁵⁷ que desenvolvem o raciocínio lógico matemático associando outras performances transdisciplinares e permite, por meio da ciência de diversas culturas, sem hierarquização de valores,⁵⁸ criar conceitos acerca de outros saberes e fazeres de outras culturas existentes no espaço escolar e não apenas as que são consideradas hegemônicas.

4.2 Eixos estruturantes dos direitos em matemática

Os campos conceituais da Matemática são ricos em conexões, muitos deles foram desenvolvidos juntos até serem separados por questões da História da Educação ou pela definição de áreas e subáreas de pesquisa. Esses campos podem ser representados por cinco eixos estruturantes e descritos de forma separada, porém há força de conexão entre eles.

Para a reflexão em busca do conhecimento matemático com estrutura interdisciplinar, o que interessa aos educadores é analisar, na Matemática, o que provém de sua natureza, sua representação mental (ou as ideias) e a maneira como diferentes ideias matemáticas se inter-relacionam entre si, com outros componentes curriculares e com a realidade.

Matemática não é nomenclatura, símbolos, cálculos, gráficos ou imagens. Nem mesmo a obtenção de resposta correta para uma questão. Ela pode representar, em suas manifestações, um desafio investigativo e instigante que pode ser de longo ou de curto alcance mas que conta com o elemento surpresa pela frente.

O aprendizado em Matemática é fascinante porque é alimentado por *problemas, situações-problema ou desafios* que são geradores de força e abrem possibilidades, desvelam horizontes, apontam novos caminhos para descobertas e resoluções. Ao apresentar os eixos estruturantes é preciso re-

57 A Rede Municipal de Ensino de São Paulo tem trabalhado com os jogos citados, não apenas como elementos de aprendizagem de Matemática, mas como elementos de cultura e diversidade.

58 Trata-se da desconstrução de preconceitos sobre outros saberes, transformando-os e conceitos valorativas desses saberes.



conhecer a Matemática como instrumento de comunicação: que possibilita melhor leitura do mundo; que permite a compreensão da realidade de forma crítica e consciente; que favorece a utilização de forma adequada da linguagem matemática; que é simbólica e universal.

É necessário perceber a importância da utilização de uma linguagem simbólica universal na representação e a modelagem de situações matemáticas como forma de comunicação. É, portanto, vital desenvolver a comunicação oral, escrita e/ou imagética, pelas habilidades de descrição, explicação, questionamento de ideias e valores, representação, organização e análise de dados.

É de suma importância e adequação, reconhecer a Matemática como ferramenta a serviço das necessidades humanas: em práticas e necessidades cotidianas; para relacionar ideias matemáticas com outras áreas do conhecimento; destacar na Matemática o papel de Ciência que auxilia várias outras Ciências, nas artes e em outras línguas, em estado permanente de mutação e evolução.

4.2.1 Eixo Números e Operações

A estrutura deste eixo refere-se a: Classificação, Organização, Análise, Síntese, Comparação, Interpretação, Previsão, Estimativa, Conjecturas; o Reconhecimento de regularidades em diversas situações e de diversas naturezas, como já foi destacado anteriormente; bem como o uso do cálculo mental exato, aproximado e de estimativas; o uso das Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação, potencializando sua aplicação em diferentes situações.

O eixo *Números e Operações* trata das representações, significados e características de Números Naturais e Racionais Positivos e das operações bem como de suas relações com a realidade num contexto interdisciplinar e inclusivo. Este eixo é organizado em quatro dimensões ou subcategorias.

As quatro dimensões do eixo Números e Operações são: o senso numérico; o sistema de numeração decimal, frações e os números reais; as ideias operatórias e as estratégias operatórias entre números.

O *Senso Numérico*, nos Ciclos Interdisciplinar e Autoral, trata da ampliação e da construção de significados para os Números Naturais, Inteiros, Racionais e Reais no contexto social e também da análise e resolução de situações-problema ou de problemas. Seu desenvolvimento ocorre no observar, identificar, reconhecer e interpretar as diferentes funções e significados dos números em situações cotidianas, de estimativas e de arredondamentos.



Além disso, também trata da construção e ampliação dos números.

É corpo do desenvolvimento do *senso numérico* representar e identificar representações dos números Naturais, Racionais, Inteiros e Reais pelas suas diversas notações, além de criar conexões para contextos matemáticos e interdisciplinares.

A dimensão *Sistema de Numeração Decimal, Frações e Números Reais* trata do desenvolvimento e compreensão da estrutura do Sistema Decimal, considerando a escrita, a composição e decomposição de Números Naturais e Racionais Positivos, de acordo com o próprio sistema; do reconhecimento das diversas formas de escritas de um Número Racional Positivo ou não; da ordenação desses números; da utilização das formas decimais e fracionárias dos Números Racionais; do reconhecimento dos Números Irracionais e sua escrita e representação geométrica.

A compreensão do Sistema Decimal facilita a percepção de que a ideia de antecessor e sucessor não se aplica aos Números Reais (Racionais e Irracionais) e auxilia na construção de diversas formas de escrita desses números, familiarizando-se com elas. Além disso, contribui para a identificação dos significados que os Números Racionais (ou Irracionais) podem assumir em diversos contextos, como nas primeiras noções de relação entre parte e todo, divisão, razão, proporcionalidade, probabilidade nos Ciclos Interdisciplinar e Autoral, ou os significados dos números Irracionais no Ciclo Autoral.

As *ideias operatórias* envolvem a compreensão dos campos conceituais das operações básicas – aditivo e multiplicativo –, e as ideias que envolvem as operações, criando novos significados para elas, com base na resolução de situações-problema, nas investigações e nas hipóteses e conjecturas dos(as) estudantes.

A dimensão *Estratégias Operatórias* entre números trata da composição e corpo das operações numéricas, envolvendo as estimativas, arredondamento de resultados e os cálculos mentais; refere-se também à compreensão dos procedimentos de utilização de Algoritmos (conquista da humanidade); sua utilização e aplicação em resolução de

A monografia “Atividades e jogos sobre o conceito de fração” de João Batista Gonçalves, disponível em: <http://www.mat.ufmg.br/~espec/monografiasPdf/Monografia_JoaoBatista.pdf>. Acesso em: 14 abr. 2016, busca mostrar aos docentes a ordenação e a adição de frações com atividades lúdicas.



Campos Conceituais de Vergnaud

Sobre operações e campos conceituais, são indicados dois artigos: A teoria dos campos conceituais de Vergnaud, o ensino de ciências e a pesquisa nesta área, de Marco Antonio Moreira do Instituto de Física, UFRGS, Porto Alegre, RS. Disponível em: <http://www.if.ufrgs.br/ienci/artigos/Artigo_ID80/v7_n1_a2002.pdf>. Acesso em: 12 maio 2016.

A Teoria dos Campos Conceituais: contribuições da Psicologia para a prática docente, de Sandra MAGINA. Disponível em: <http://www.ime.unicamp.br/erpm2005/anais/conf/conf_01.pdf>. Acesso em: 12 maio 2016.

Recomenda-se a leitura de “A intensidade dos algoritmos nas séries iniciais: uma imposição sócio-histórica-estrutural ou uma opção valiosa?”, de Maria do Carmo S. Domite. Disponível para download em: <<http://ojs.fe.unicamp.br/ged/zetetike/article/view/2584>>. Acesso em: 10 mar. 2016. A leitura é importante tanto para os educadores/as do Ciclo Interdisciplinar como do Autorial.



situações-problema ou problemas. Além disso, a dimensão *Estratégias Operatórias inclui* a percepção da equivalência entre Adição e Subtração (corpo do campo aditivo); entre Multiplicação e Divisão (corpo do campo multiplicativo) e entre Potenciação e Radiciação.

4.2.2 Eixo Pensamento Algébrico/Álgebra

A Álgebra não é apenas um instrumento técnico-formal que facilita a resolução de problemas, mas uma forma específica de leitura do mundo, pois além de compor um conjunto de procedimentos envolvendo símbolos – muitas vezes em forma de letras – o *pensamento algébrico* consiste em atividades de generalização e proporciona variedade de ferramentas para representar as relações matemáticas, padrões e regras. Segundo Kent Milton (1989), o que se ensina em Aritmética e, sobretudo, a forma como se ensina, têm fortes implicações para o desenvolvimento do pensamento algébrico. A compreensão e reconhecimento dos padrões e sua produção (em sequências numéricas, de imagens e de sons ou em sequências numéricas simples), o estabelecimento de critérios para agrupar, classificar e ordenar objetos, considerando diferentes atributos, fazem parte de todos os Eixos Estruturantes.

No entanto, destacam-se, desde a alfabetização, os primeiros elementos para o reconhecimento da variabilidade de valores, das grandezas e operações – como a proporcionalidade na multiplicação – e também os primeiros passos para programação – como nas construções de objetos com uso da linguagem *Logo*⁵⁹ ou *Scratch*⁶⁰. É também parte componente do letramento matemático, envolvendo apropriações de práticas sociais em uma sociedade que utiliza amplamente os conceitos matemáticos, a possibilidade da produção de padrões em faixas decorativas, sequências de sons e formas ou padrões numéricos simples ou mesmo a busca de valores desconhecidos em uma operação matemática ou em um problema.

59 LOGO, é uma linguagem de programação elaborada no MIT por S. Papert, cuja finalidade é, partindo das motivações das crianças e jovens, permitir a construção de objetos e desenhos ou programar novas construções e/ou movimentações após a compreensão dos movimentos básicos.

60 *Scratch* é um aplicativo que usa a linguagem de programação de maneira simplificada e pode ser usado na criação de histórias, jogos e animações.

No Ciclo Interdisciplinar, com a ampliação dos campos numéricos e a apresentação da proporcionalidade de maneira mais formal, ainda que sob a forma de equivalência de frações, por exemplo, o desenvolvimento do *pensamento algébrico* torna-se mais ativo e direcionado à Álgebra. O reconhecimento e a escrita das primeiras sentenças matemáticas são habilidades deste ciclo de aprendizagem.

No Ciclo Autoral há a ampliação do conceito de proporcionalidade e os primeiros passos na direção da compreensão da relação entre grandezas; a resolução de equações e inequações e o estabelecimento de relações entre a Álgebra e a Geometria.

Três são as dimensões do eixo Pensamento Algébrico: o reconhecimento de padrões e regularidades; o estabelecimento de relações entre grandezas variáveis; a generalização.

A dimensão *reconhecimento de padrões e regularidades* inicia-se com o estabelecimento de critérios para agrupar, classificar, categorizar e ordenar, para que possa realizar o reconhecimento e a produção de padrões e suas consequentes regularidades. A explicitação de tais regularidades ocorre, inicialmente, pela descrição das estruturas presentes nelas em um processo que evolui para a dimensão do *pensamento algébrico*.

O *estabelecimento de relações entre grandezas variáveis* constitui-se no estabelecimento de relações, numéricas ou não, entre grandezas variáveis; na formulação e verificação de hipóteses quanto à natureza e existência dessas mesmas relações; no entendimento da variabilidade; na percepção de expressão de regularidades em grandezas ou em invariâncias. A compreensão dessas relações implica nos primeiros passos em busca do valor desconhecido – que pode ser feita por aproximações sucessivas – no Ciclo Interdisciplinar, e a busca mais precisa desse no Ciclo Autoral.

Na dimensão *generalização*, antes mesmo da utilização de uma linguagem algébrica simbólica, desenvolve-se o processo do pensamento algébrico por meio do trabalho com: as relações/comparações entre expressões numéricas ou padrões geométricos; a percepção e a expressão de estruturas aritméticas de uma situação-problema; a produção de mais de um modelo aritmético para uma mesma situação-problema ou, reciprocamente, com a produção de vários significados para uma mesma expressão numérica; a interpretação de uma igualdade como equivalência entre duas grandezas ou entre duas expressões numéricas; a transformação de uma expressão aritmética em outra mais simples; o desenvolvimento e a criação de uma linguagem concisa para expressar-se matematicamente; a busca de valores desconhecidos.



CONEXÃO

É importante ler o documento referente ao componente curricular Educação Física. Nele estão os direitos referentes ao uso do corpo e pistas para estabelecer elementos de interface com as regularidades estabelecidas no aprendizado da Matemática, estendendo para as regularidades do corpo, no componente Ciências.

A utilização dos primeiros símbolos algébricos deverá ser expressa gradativamente durante o Ciclo Interdisciplinar e com mais propriedade ao final desse ciclo. A generalização é aprofundada, por meio de expressões e sentenças algébricas, no Ciclo Autoral.

4.2.3 Eixo Espaço e Forma (Geometria)

O eixo compõe ações específicas de espaço e forma por exemplo: participar do espaço em que vivemos como um mundo geométrico e desenvolver as capacidades de visualização, representação, identificação e conclusão de propriedades de figuras, sejam elas planas ou tridimensionais.

Três são as dimensões do eixo Geometria (Espaço e Forma): o senso espacial, as formas e figuras geométricas e as transformações geométricas.

A dimensão *Senso Espacial* cuida do desenvolvimento das capacidades de localização, movimentação e representação do espaço, valendo-se da experimentação, da reprodução e criação de trajetos, considerando elementos de referências centrados no próprio corpo ou externos a ele. As relações espaciais ocorrem através da descrição e da interpretação da posição e movimentação de objetos e pessoas em determinados espaços.

Essa dimensão traz fortes conexões entre os componentes curriculares Matemática, Educação Física e Geografia.

Na dimensão *Formas*⁶¹ e *Figuras Geométricas*, o trabalho é de identificação e representação de formas e figuras geométricas em diversos contextos e de relações entre seus elementos; de estabelecimento de relações entre formas bi e tridimensionais; do reconhecimento e classificação de formas planas e espaciais, suas representações e as planificações de suas superfícies; do estabelecimento de diferenças entre formas e figuras geométricas.

⁶¹ A denominação forma é aqui utilizada para figuras semelhantes. A relação entre dois quadrados, por exemplo, sempre pode ser descrita como figuras com a mesma forma, mas dois triângulos só têm a mesma forma se os triângulos foram semelhantes.

”

Os direitos ao uso do corpo são discutidos em Educação Física, em destaque:

"Direito a desenvolver sua gestualidade por meio de manifestações da cultura corporal tais como: brincadeiras, danças, lutas, esportes, ginásticas, entre outras.

Direito a expressar-se por meio das múltiplas manifestações da cultura corporal, sem que seja discriminado por ser indígena, negro, branco e de outros grupos étnicos; ou pertencer a qualquer condição social; ou mesmo por sua aparência e/ou estereótipo corporal; ou ainda independentemente do gênero, de suas sexualidades e/ou por não se enquadrar no perfil heteronormativo; ou simplesmente por não apresentar um desempenho idealizado socialmente, devendo ser reconhecido nos seus diferentes modos de fazer." Componente curricular Educação Física, p.37 e 38.

Destaca-se nessa dimensão a vinculação entre elementos geométricos nas artes plásticas, na arquitetura, em móveis, em formas que se aproximam das geométricas na natureza, em esporte etc.

A capoeira, por exemplo, traz elementos de Geometria das formas, inclusive pelas denominações de seus giros que podem ser associados a ângulos bem como em movimentação e localização. Os educadores podem fazer associações interdisciplinares – Geografia, Matemática, Língua Portuguesa (pelas denominações metafóricas, como *rabo de arraia*),⁶² História (no resgate da ação histórica da capoeira no Brasil e na diferenciação entre a capoeira de Angola e a Regional), Música (pelas canções e ritmos) e Educação Física.

A Arte traz prazer e alegria ao aprendizado em Matemática. É preciso proporcionar aos educandos/as visitas aos museus da Cidade de São Paulo, com ótimos acervos, que os levam para além dos muros da escola e possam proporcionar o reconhecimento da Matemática em algumas peças artísticas.

A Geometria tem sido, ao longo da história da elaboração de mapas (representações de regiões), um poderoso instrumento de representação para a Geografia e um gancho para aplicação da modelagem matemática, com uso de computadores. A principal preocupação da Matemática Crítica é o desenvolvimento da *Materacia* (D'AMBROSIO, 1990), que é a concepção problematizadora e libertadora dos princípios estabelecidos por Paulo Freire (1970).

⁶² É interessante ler o artigo *Metáforas em Movimento*, de Eliane Dantas do Anjos. Disponível em: <<http://dc.itamaraty.gov.br/imagens-e-textos/revista-textos-do-brasil/portugues/revista14-mat10.pdf>>. Acesso em: 12 abr. 2016.



São recomendadas duas leituras sobre geometria:

- 1) “Algumas reflexões sobre a teoria de Van Hiele”. Disponível em: <<http://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/5167>>. Acesso em: 25 maio 2016.
- 2) “A geometria pela ótica da teoria de Van Hiele: uma análise do nível de desenvolvimento do pensamento geométrico de s de um curso de licenciatura em matemática”. Disponível em: <http://editorarealize.com.br/revistas/epbem/trabalhos/Modalidade_datahora_14_10_2014_23_21_33_idinscrito_184_635ff0775077c6f65c4dd6dcd8ca2cbc.pdf>. Acesso em: 20 abr. 2016. O artigo de José Roberto Costa Júnior e João Batista Rodrigues da Silva busca elucidar a Teoria de Van Hiele, em busca de melhor desenvolvimento do aprendizado da Geometria.



Foto: Marcos Ribeiro das Neves

CONEXÃO

É importante ler o documento referente ao componente curricular **Geografia** para estabelecer vínculos entre os dois componentes, via Geometria, em situações que conectam não apenas tempo e espaço, mas representações e modelagem matemática.

Na *Materacia* o objetivo não é apenas desenvolver habilidades de cálculos matemáticos, mas promover a participação crítica dos educandos(as) na sociedade, em análises de questões políticas, econômicas e ambientais, com o suporte tecnológico da Matemática.

A análise do transbordamento da represa na região de Mariana pode servir de mote, por exemplo, para um projeto que envolva as transformações ocorridas sob aspectos físicos e sociais, como o impacto ambiental da contaminação do rio Doce e o impacto social sofrido pelos moradores que tiveram significativas perdas de vida e de bens.

A Geometria é também ferramenta importante em situações que envolvam as tecnologias digitais, para produzir, por exemplo, imagens em 3D em jogos eletrônicos. Os *designers* trabalham com polígonos e malhas em aproximações de construções em computador até chegar à imagem desejada, como no rosto abaixo.



Disponível em: <<http://www.williamluis.com.br/category/tutorial/page/2/>>. Acesso em: 12 abr. 2016.

Quanto maior a quantidade de polígonos, mais o desenho dará impressão de ser curvo.



Recomenda-se a leitura de dois artigos sobre Geometria:

- 1) Investigação em Geometria em sala de aula – Paulo Abrantes. Disponível para download em: <<http://www.prof2000.pt/users/j.pinto/textos/texto1.PDF>>. Acesso em: 12 abr. 2016.
- 2) A geometria das ruas: desafios e possibilidades – LIMA, Jéssyka Luana Diniz de; SILVA, Elivelton Serafim; Universidade Estadual da Paraíba. Disponível em: <http://www.editorarealize.com.br/revistas/eniduepb/trabalhos/Modalidade_6datahora_26_09_2013_20_26_48_idinscrito_928_77793c28c4b0fff52be0f52c5a069c1e.pdf>. Acesso em: 12 abr. 2016.

Para uma atividade dessa natureza poderá ser usado um programa de desenho, malhas diversas ou desenhos feitos a mão, em busca da impressão 3D.

A dimensão *Transformações Geométricas* refere-se ao reconhecimento e a representação das transformações que são isométricas, isto é, que conservam a forma e todas as medidas das figuras geométricas que foram transformadas (reflexões, rotações, translações) e daquelas não isométricas, em ampliação e redução de figuras geométricas.



É possível trabalhar com as Geometrias não Euclidianas. Há duas sugestões recomendadas:

“O trabalho pedagógico envolvendo geometrias não euclidianas”, de Zionice Gardelini Martos. Disponível em: <<http://ojs.fe.unicamp.br/ged/zetetike/article/view/2507/2267>>. Acesso em: 18 maio 2016.

“Topologia: uma proposta metodológica para o ensino fundamental”, de Marlene Rodrigues Rissi e Valdeni Soliani Franco. Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/2210-8.pdf>>. Acesso em: 18 maio 2016.



4.2.4 Eixo Grandezas e Medidas

É importante que, ao longo do Ensino Fundamental, os(as) estudantes vivenciem diferentes situações que os levem a lidar com Grandezas Físicas, como a grandeza Tempo, Espaço, Massa, capacidade e suas características.⁶³ Pode-se refletir sobre a Grandeza Tempo, seja sobre sua própria existência, seu início, sua duração, ou simplesmente realizando marcações e registros.

Como as raízes da Matemática confundem-se com a própria história da evolução da humanidade, ora definindo estratégias de ação para lidar com o meio ambiente, ora criando e desenhando instrumentos para esse fim, ou ainda buscando explicações sobre os fatos e fenômenos da natureza e para sua própria existência, a Grandeza Tempo e as demais grandezas também são objetos de estudo no Ciclo Interdisciplinar e no Ciclo Autoral.

Ao abordar as Grandezas e as Medidas, as ações visam à compreensão da função de medir, ao conhecimento sobre o uso de diferentes estratégias para comparar grandezas, efetivando as primeiras aproximações com medidas de comprimento, peso, volume e tempo, por meio de unidades convencionais e, inicialmente, não convencionais. O reconhecimento de cédulas e moedas que circulam no Brasil também integra o rol de temas do campo das Grandezas e Medidas, bem como o contato com moedas de outras culturas e suas relações com a moeda brasileira.

63 É importante ressaltar a forma como diversas culturas trabalham com a grandeza tempo e sua mensuração.



No Ciclo Interdisciplinar os estudantes comparam grandezas de mesma natureza, por meio de estratégias pessoais e uso de instrumentos de medida adequados, com compreensão do processo de medição e das características do instrumento escolhido. No Ciclo Autoral, estende-se para a comparação entre grandezas de natureza diferente, como usar medida de comprimento para medir temperatura (termômetro), além de reconhecer medidas que relacionam duas grandezas, como a velocidade.

Nesse eixo, podem ser destacadas três dimensões do ensino: Grandezas, Medidas e Pensamento Proporcional.

Na dimensão *Grandezas* há o reconhecimento de grandezas como tempo e comprimento e das possíveis relações entre elas, que dão origem a outras, como a velocidade que se estabelece pela relação entre distância e tempo, relacionando tais grandezas a situações do cotidiano.

A dimensão *Medidas* cuida do reconhecimento da importância social das medidas, em conexão com a história das medidas; da medição de grandezas diversas, com unidades convencionais ou não; estimativas e interpretação de resultados de medições; da resolução de problemas que envolvam medidas; da transformação de unidades de medidas e, especificamente, o reconhecimento, a interpretação e a resolução de situações-problema que utilizem o sistema monetário brasileiro. Faz parte desses eixos a estreita conexão com Ciências, História e Geografia.⁶⁴

A dimensão *Pensamento Proporcional* estabelece estreitas conexões com as outras duas dimensões e com o pensamento algébrico, pois trata do estabelecimento de relações de proporcionalidade entre duas grandezas, passo importante na compreensão das outras Ciências.

4.2.5 Eixo Pensamento Estatístico e Probabilístico

A necessidade de organizar e de comunicar informações de maneira eficiente faz parte do processo de letramento e aprendizagem matemáticos. O exercício consciente da cidadania passa também pela coleta, pela compreensão e pela quantificação de dados informativos. É importante ressaltar a possibilidade de criações pessoais ou em grupo que visam ao desenvolvimento do pensamento estatístico.

Os(as) estudantes em contato com a leitura e interpretação de tabelas e diversos tipos de gráficos – de linhas e pontos, barras e colunas, de setores, histogramas e infográficos – percebem que existem fenômenos que são aleatórios e que existem variáveis que podem interferir em sua ocorrência.

⁶⁴ Em *Estratégias e Ações* há relatos de práticas que mostram situações que envolvem o eixo Grandezas e Medidas.



Os educandos(as) recolhem e selecionam dados relativos a acontecimentos de seu interesse, geram listas, questões e tabelas cujos dados serão organizados e lançados em determinados gráficos, de acordo com as características dos dados que se pretende utilizar. Além disso, levantam questões e hipóteses, escrevendo pequenos textos sobre os dados coletados e organizados. Trata-se de ações que incentivam o(a) estudante a refletir, tirar conclusões e construir conceitos, contribuindo para uma melhor compreensão da realidade e de como atuar sobre ela de forma consciente.

Nos Ciclos Interdisciplinar e Autoral, as crianças e adolescentes podem expandir a noção de probabilidade, partindo da forma intuitiva e, posteriormente, associada aos números. Nesse sentido, devem ser apresentadas situações de análise combinatória, ou simplesmente *Combinatória*, que estimulem o desenvolvimento dos primeiros passos para organização do pensamento probabilístico. Não é o momento para preocupação com fórmulas.

O eixo *Pensamento Estatístico e Probabilístico* pode ser organizado em quatro dimensões: o Raciocínio Combinatório; o Raciocínio Probabilístico; a Coleta e Organização de Dados; a Análise e a Interpretação de Dados.

O *Raciocínio Combinatório* consiste em contar os diferentes elementos contidos em um experimento e enumerá-los para que a organização da contagem ocorra. A *Combinatória* exige um passo além do estabelecido pela contagem de grupos de objetos pelo raciocínio multiplicativo, mas ainda assim de forma que os elementos não precisem ser contados um a um. Seus recursos de contagem requerem o estabelecimento de grupos de possibilidades. Nenhuma dessas estratégias está pronta, cada uma delas precisa ser estabelecida frente ao problema a ser resolvido por meio do auxílio de listagens, tabelas, diagramas, árvores de possibilidades, entre outros, que possam facilitar o raciocínio proposto.

A dimensão *Raciocínio Combinatório* no Ciclo Interdisciplinar prioriza a caracterização do problema combinatório a ser resolvido: se de arranjo, de combinação ou de permutação sem que haja a necessidade de sua denominação, isto é, no qual a ordem importa (arranjo) ou não importa (combinação).

A dimensão *Raciocínio Probabilístico* mostra, por meio dos experimentos com jogos como bingo, dados, cartas, entre outros, e análise de fenômenos naturais e do cotidiano, a incerteza da obtenção de determinados resultados, são os eventos *aleatórios* (ou não determinísticos). Prioriza também a compreensão de que a maioria dos acontecimentos cotidianos é de natureza aleatória, mas também que é possível identificar possíveis resultados para esses acontecimentos. Em um primeiro momento,



os educandos(as) podem intuir qual resultado de um acontecimento é o mais ou menos provável ocorrer para, posteriormente, trabalhar com algumas indicações numéricas dessa possibilidade.

Eis, como exemplo, um problema que envolve o raciocínio combinatório e o probabilístico que pode ser utilizado tanto no Ciclo Interdisciplinar como no Autoral: Quantas crianças você acha que estão atrás da cerca?



Carlos Cesar Salvadori

Em um ambiente interativo, as discussões sairão da resposta imediata 17, para outras possibilidades, partindo de contagens para pensar em eventos mais ou menos prováveis: uma criança pode levantar as duas mãos, algumas crianças podem levantar as duas mãos etc. A própria ilustração pode ser problematizada, pela análise da possibilidade de três crianças usarem o mesmo espaço que corresponde a uma das divisões da cerca. O problema pode ser utilizado no Ciclo Interdisciplinar e no Autoral, com resultados e problematizações diferentes.

A probabilidade é um número associado à possibilidade que um evento aconteça. Para isso, há passos que precisam ser dados, como a obtenção do *espaço amostral* de um evento, o número a ele associado e o estabelecimento de relações entre números de elementos de eventos do mesmo espaço amostral. A análise e interpretação de gráficos são poderosos instrumentos para o estabelecimento de probabilidades associadas a eventos.

A dimensão *Coleta e Organização de Dados* consiste no estabelecimento do que será pesquisado, a escolha das questões a serem formuladas, a classificação e categorização das respostas e da forma de organização de coleta e de divulgação dos dados – se por tabelas, gráficos, desenhos, escrita, entre outros. Esta dimensão favorece a formação científica e cidadã, além de promover a perspectiva interdisciplinar para a formação da criança e do(a) adolescente de forma plena, em diversos campos do conhecimento.

A dimensão *Análise e Interpretação de Dados* consiste na adequada análise e interpretação da informação numérica, representada na forma de tabela ou gráfico, evitando possíveis erros de interpretação. O estudante do Ciclo Interdisciplinar também poderá fazer inferências informais a respeito dos dados oferecidos em gráficos e tabelas pela observação dos padrões dos dados ou pela leitura de dados que não estão claramente explicitados na

escala do gráfico. Essas inferências são abordagens que levam ao desenvolvimento do pensamento/raciocínio estatísticos. Já no Ciclo Autoral as inferências são mais elaboradas e surgem os conceitos de amostra e frequência.

O reconhecimento e interpretação de símbolos, desenhos e informações escritas nos gráficos e tabelas fazem parte da dimensão *Análise e Interpretação de Dados* como os fornecidos por infográficos.



MATEMÁTICA

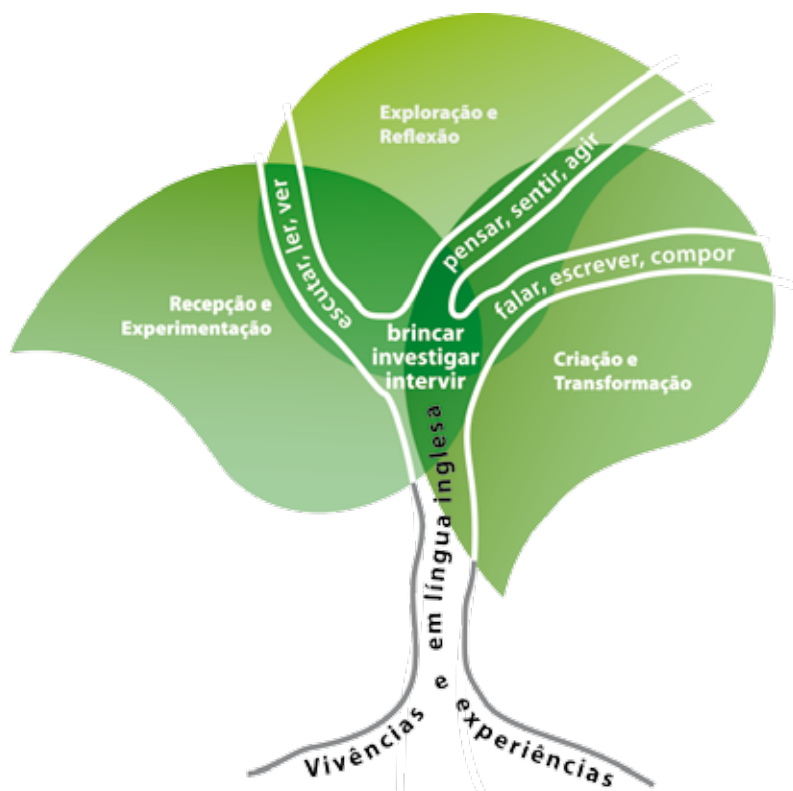
MATEMÁTICA

ESTRATÉGIAS E AÇÕES

5

5.1 Organização e exemplos

Para pensar em estratégias e ações é possível estabelecer paralelo com os eixos destacados por Língua Inglesa para o aprendizado da língua.



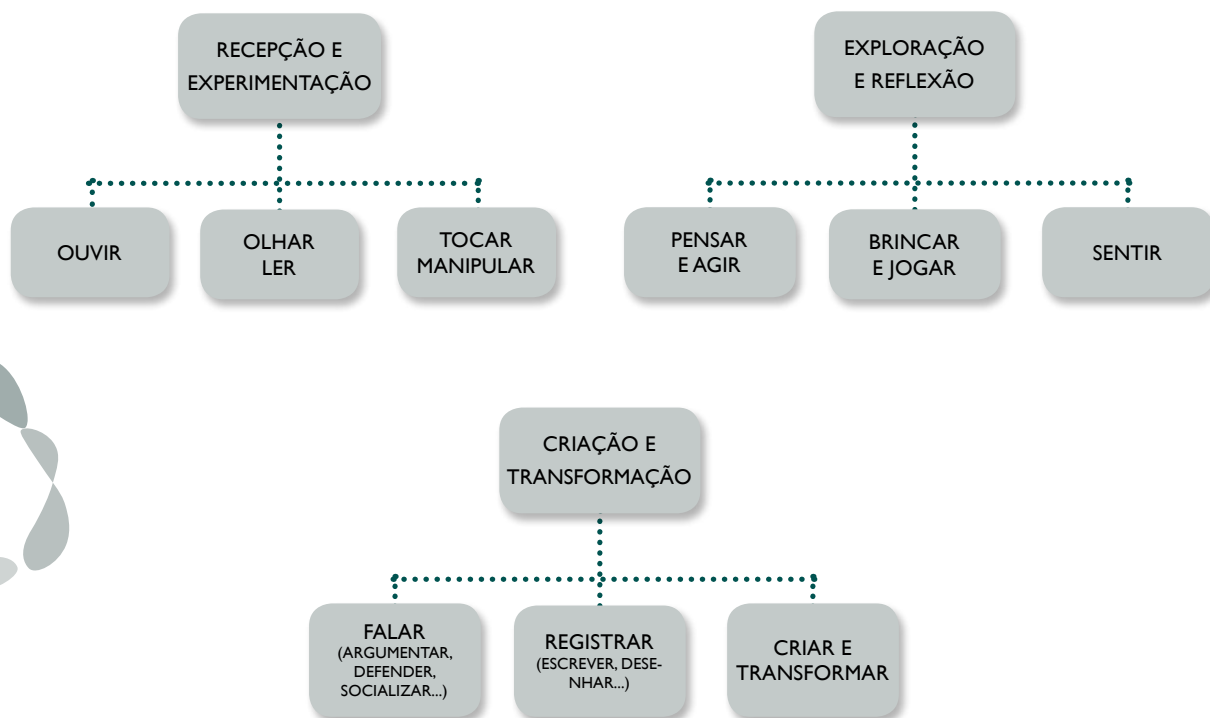
Componente Curricular Língua Inglesa, p.34

Faz-se aqui, uma adaptação/sugestão na escolha e acompanhamento de práticas para a Matemática, nos esquemas a seguir:





Que se desdobram, para a Matemática, em:



Para que as práticas e ações pedagógicas se deem é necessário que se possibilitem: o acesso aos espaços e recursos adequados para os(as) educandos(as) com algum tipo de deficiência; o acesso aos espaços e recursos a todos e todas, como pátio, laboratórios etc.; a utilização de softwares, jogos e pesquisas em diferentes horários e espaços; o acesso a novas tecnologias compatíveis com a demanda exigida, garantindo os registros, as pesquisas e a documentação em diversos momentos da rotina escolar; estrutura para um trabalho de qualidade, com recursos materiais e humanos em quantidade adequada e em espaços e tempos diversificados.

O cálculo mental, exato e aproximado, deve ser valorizado no Ensino Fundamental desde o Ciclo de Alfabetização. Tais procedimentos podem ser desenvolvidas com uso de estratégias por meio das quais os estudantes realizem decomposições das escritas numéricas, tendo em vista a maior compreensão do sistema de numeração decimal assim como os cálculos em suas diferentes dimensões, aqueles que podem ser escritos de forma exatas e/ou aproximadas e desenvolvidos pelo conhecimento de regularidades. Assim como os cálculos que se desenvolvem pelas ideias fundamentais das operações, de seus campos numéricos, e pela antecipação e verificação de resultados.

O cálculo mental pode ser articulado ao cálculo escrito e ao uso das calculadoras, sempre que possível relacionado com situações do cotidiano das crianças e dos adolescentes, também em situações de investigação, de análises, inferências, previsões, estimativas e aproximações.

Nas práticas a serem pensadas incluem-se os Jogos Pedagógicos no ensino da Matemática, que podem ser criados ou adaptados com vários objetivos: verificar e aplicar conceitos aprendidos, resolver situações simples ou mais elaboradas, interligar temas e conceitos da própria Matemática, sistematizar alguns conceitos em situações que integram os componentes lúdicos, conceituais e interdisciplinares.

Trabalhar com jogos de forma intencional exige a elaboração de um planejamento que pede organização prévia e reavaliação contínua. Essa estrutura é dada nas formações continuadas oferecidas no Município de São Paulo, a exemplo dos jogos de Xadrez, Mancala e Jogo da Onça, na qual não se propõe uma receita, mas um *referencial*, que pode servir de parâmetro, desde que garanta mobilidade em situações específicas.

É necessário analisar criticamente, durante todo processo, os procedimentos e resultados obtidos, garantindo que questões problematizadoras sejam propostas tanto pelas crianças e adolescentes como pelo(a) educador(a) e as alterações ou descarte do jogo de acordo com a avaliação daqueles que dele participaram.



Parte do trabalho de letramento e aprendizagem matemática tem nas regularidades o suporte teórico para o desenvolvimento do conceito de Número, de Espaço e Forma, do pensamento algébrico. Pensa-se que o caminho da história geométrica da humanidade orienta o reconhecimento de regularidades e o estabelecimento das relações de diversas naturezas. Os(as) estudantes podem partir da observação ativa: manipular objetos; construir e desconstruir sequências numéricas e geométricas; desenhar, medir, comparar, classificar e modificar sequências estabelecidas por padrões.

A Geometria pode ser entendida como o campo matemático que estuda as propriedades dos objetos e das transformações a que estes podem ser submetidos, desde transformações mais simples, que alteram apenas a posição dos objetos, às mais complexas, que destroem sua forma até descaracterizá-la por completo (MIGUEL, 2015; MIORIM, 1986). Se por um lado a Geometria está em nosso cotidiano, por outro é um campo da Matemática que trabalha com induções, deduções, demonstrações e fatos não perceptíveis à realidade (PIRES, 2002), ou seja, a Geometria também é um campo conceitual que permite desenvolver conceitos abstratos que não devem ser evitados.

É necessário que o(a) educador(a) trabalhe com os(as) educandos(as) considerando a realidade. O que se propõe é relacionar os conceitos abstratos da Geometria com a realidade dos(as) estudantes, de seu próprio cotidiano e da prática educativa. Ao iniciar o trabalho com a Geometria é interessante que o professor introduza o tema a partir dos objetos e trabalhe tanto as figuras planas como as não planas, geométricas ou não.

Para que o pensamento proporcional ocorra, é importante que o(a) educador(a) se valha do percurso investigativo: definir o problema, planejar o trabalho, coletar e analisar os dados, fazer inferências e avaliar o trabalho investigativo realizado. Convém notar que os recursos estatísticos utilizados devem respeitar a faixa etária das crianças e adolescentes, garantindo

Leitura de gráficos

A leitura, a interpretação e a resolução de situações-problema e problemas a partir de tabelas e de gráficos podem estimular nos educandos(as) questionamentos, levantamentos e checagem de hipóteses, por meio do estabelecimento de relações entre os dados.

Nesse sentido, é importante que, ao longo do Ensino Fundamental, sejam propostas atividades sobre gráficos e/ou tabelas envolvendo:

- a leitura de dados, que envolvem a leitura direta dos dados ou de fatos explicados no título, nos eixos dos gráficos ou no corpo das tabelas;
- a leitura entre os dados, que envolvem relações e comparações entre os dados apresentados em gráficos ou em tabelas;
- a leitura além dos dados, que envolvem a realização de estimativas, previsões e inferências.

que não apenas as leituras de gráficos e tabelas sejam realizadas, mas também outras formas de leitura e interpretação.

Para o desenvolvimento do trabalho com o pensamento estatístico não basta a apresentação de gráficos. Os(as) educandos(as), desde o início do Ensino Fundamental, podem pesquisar as situações do próprio cotidiano, estabelecendo gradativamente os procedimentos adequados relativos aos eixos, de forma contextualizada e interdisciplinar.

Em relação ao pensamento probabilístico é importante salientar que os(as) estudantes no Ciclo Interdisciplinar podem apresentar dificuldade em lidar com eventos aleatórios em situações de aprendizagem. É comum que eles achem que o dado, em um sorteio aleatório, guarde memória (ou seja, se o número saiu em uma jogada, não sairá em outra); que o número 6 é mais difícil de sair (porque vale mais); que, ao jogar dois dados, obter resultado com soma 2 tem igual chance de obter soma 7 etc.

Nesse sentido, enfatiza-se o papel da formação do(a) educador(a) no processo contínuo de ensino e aprendizado de matemática, que não se esgota, e que precisa ser mediado pela reflexão, pela investigação sobre a prática utilizada, e por pensar sobre as estratégias e ações, não como pontos de partida ou de chegada mas sim tornando-se objetos de estudo e de busca para superar os desafios que se apresentam para os educadores(as).

Os aportes teóricos produzidos pela pesquisa em Educação Matemática devem ser socializados com os educadores(as), pela possibilidade de contribuir para a compreensão de questões relativas à suas práticas. Neste sentido, a formação continuada em Matemática, tanto para os professores polivalentes do Ciclo Interdisciplinar, como para os professores especialistas em Matemática, deve ser objeto de atenção da SME, articulada com outros programas como o PNAIC. É necessário potencializar a escola como lócus de formação, valorizando os saberes, os espaços de estudo e discussão coletiva e compartilhada.⁶⁵

Há dois tipos de Estatísticas a serem utilizadas no Ensino Fundamental:

1) Descritiva:

- Coleta de dados para organização posterior, categorizados de acordo com as variáveis.
- Organização em tabelas.
- Organização gráfica.

2) Inferencial:

- Preparação do pesquisador para ir além da análise dos dados e tomar decisões.
- O estudo das probabilidades e avaliação de erro ao fazer as generalizações.

65 Espaços e tempos como os determinados pelas JEIFs e pelos PEAs.



5.2 Relatos de práticas

5.2.1. Pipas Colorindo o Céu (EMEF CEU Parque Anhanguera)

Em 2015 uma educadora que leciona na periferia da Cidade de São Paulo que costumeiramente faz roda de conversa com a sua turma do 4º ano, observou que, após um final de semana prolongado, muitas crianças compartilharam as observações sobre as pipas que viram colorindo o céu. Atenta à fala das crianças ela comentou sobre os riscos dessa brincadeira em locais perigosos, tais como ruas com circulação de veículos, fios de eletricidade e o perigo de cair de lajes. Também comentou sobre o cerol, muito perigoso e de uso proibido. Cerol é o nome de uma mistura de cola de sapateiro com vidro moído (ou limalha de ferro), muito aplicado em linhas de pipas. A cola serve para agrupar o pó de vidro, que servirá como abrasivo. A linha da pipa fica extremamente cortante e pode trazer sérios acidentes, ferindo pessoas e animais (notadamente os pássaros). As crianças, atentas à explicação da educadora, questionaram qual o procedimento (ou local) mais adequado para que essa brincadeira fosse segura. Diante disso, a professora propôs aos educandos(as) um estudo sobre locais onde exista esse espaço, na própria comunidade.

A exploração de conteúdos matemáticos foi vista como boa oportunidade de aprendizagem e, em conversa com a professora de Matemática do sétimo ano, foram escolhidos conceitos geométricos e históricos na confecção de pipas (origem, finalidade e utilidade), e, ao mesmo tempo, de contemplar uma aprendizagem dinâmica voltada à prática do dia a dia. Os estudantes de sétimo ano costumavam brincar com pipas.

A ideia inicial foi a de levar ao conhecimento dos educandos(as) do Ciclo Interdisciplinar as formas geométricas planas e a compreensão de espaços adequados para a brincadeira com pipas. A execução da tarefa tornou-se um estudo amplo, ao envolver os(as) educandos(as) do sétimo ano, reconhecendo a habilidade que esses possuíam na confecção de pipas. Nesse contexto, os(as) estudantes mais velhos orientaram os colegas mais novos, envolvendo-os na confecção de pipas. Para além do envolvimento afetivo, foi possível a interação nos momentos de pesquisa sobre a história e origem da pipa em sites escolares.

Após a finalização da pesquisa e dos registros, os educandos compartilharam o que aprenderam com os demais colegas e discutiram também os

aspectos negativos presentes quando a utilização da pipa se dá em lugares inadequados ou quando é feito o uso do cerol.



Confecção de pipas: fotos do acervo particular da professora da EMEF CEU PARQUE ANHANGUERA

5.2.2 Ponte de Macarrão (EMEF Vargem Grande)

O relato refere-se a uma competição entre grupos de estudantes⁶⁶ que tinha como objetivo a construção de pontes de macarrão, visando despertar o interesse do(a) educando(a) na relação entre os componentes curriculares Matemática e Ciências Naturais, envolvendo-os(as) na construção de estruturas de pontes feitas de macarrão (espaguete nº 8) e colas (de silicone, aplicada com pistola de cola quente), conforme foi especificado no regulamento da competição. A ponte deveria ser capaz de vencer um vão livre de 50 cm. A construção foi precedida da análise de algumas opções possíveis de tipos de pontes. Em seguida os grupos de educandos(as) esboçaram os seus projetos detalhados, a partir do tipo escolhido, e iniciaram a confecção das pontes desenvolvidas em momentos distintos: montar as partes, aguardar a secagem e compor a ponte.

Além de aprender a trabalhar em grupo com uma divisão justa do trabalho e responsabilidades, os(as) educandos(as) precisaram dominar habilidades e conhecimentos sobre: ângulos, massa, medidas, formas geométricas, resistência de materiais e suas propriedades, lógica, proporção, experimentação, método científico, dentre outros saberes. Com as pontes prontas, realizaram pesagens para selecionar a ponte mais resistente, isto é, aquela que suportaria mais peso para assim ganhar o campeonato de ponte de macarrão.

⁶⁶ Estudantes do Ciclo Autoral. O relato refere-se a um Trabalho Colaborativo de Autoria.



Atividades interdisciplinares como essa favorecem a observação, a experimentação, a sistematização de conceitos, inclusive indicando aos(as) educandos(a) a importância dos componentes curriculares Ciências Naturais e Matemática tanto para seu percurso formativo como para o desenvolvimento humano, científico e tecnológico de um país. O relato dessa prática mostra como é possível executar tal sistematização pela sua aplicabilidade, fundamentação e utilidade do que foi ensinado.

A ideia da prática surgiu de um grupo de professores da EMEF Vargem Grande com a criação do LECIN (Laboratório Experimental de Ciências da Natureza), uma espécie de núcleo multidisciplinar, ainda sem espaço físico, destinado ao ensino interdisciplinar, com a contribuição de diversos professores, onde são colocados em prática conceitos vinculados às áreas da ciência, por meio de projetos, campeonatos científicos, exposições e feiras de Ciências.

Desta forma, programar o Projeto Ponte de Macarrão⁶⁷ foi um desafio para os educandos(as), educadores(as) e gestores(as), já que tal trabalho trouxe uma movimentação contínua no interior da escola e o olhar da família para dentro dela em busca de respostas sobre o quê e como seria construir uma ponte com tal material.

Foi valoroso e gratificante para os(as) educadores(as) observar os grupos empenhados em construir as pontes, preocupando-se com sua resistência, assim como os olhares de torcida a cada paisagem. Cada construção foi valorizada por todos os participantes e, além disso, houve mobilização para o trabalho e humanização do currículo.

O Projeto Ponte de Macarrão sensibilizou os(as) educandos(as) e os ajudou a compreender o processo de construção, a precisão do material, a importância do cuidado e dedicação ao ato de construir. Na competição foram estabelecidos diálogos não sobre a perfeição, mas sobre a compreensão desse processo humanizador que cada grupo teve de vivenciar durante seu trabalho.

A Interdisciplinaridade ocorreu entre os(as) estudantes, os(as) professores(as), os ciclos, pois o aprendizado por meio das duas Ciências permitiu questionamentos e investigações, aproximando todos e todas desses componentes curriculares. O projeto propiciou que houvesse o desenvolvimento do(a) educando(a) como investigador(a), que ultrapassou o ambiente escolar para se constituir como ser humano propulsor e questionador de suas vivências.

⁶⁷ A apresentação coletiva da Ponte de macarrão está disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=CSPZS1YT_EY> Acesso em: 12 maio. 2016. (parte 1) e <<https://www.youtube.com/watch?v=bIcDqTLNAWQ>> Acesso em: 12 maio 2016. (parte 2)



A equipe que participou do projeto considerou que foi um sonho, uma utopia realizada, avançar os limites da mera didatização de práticas, muitas vezes ineficientes, na busca por soluções de problemas concretos.

Toda vez que se construía uma parte da ponte e se tentava unir peças feitas pelos diversos integrantes do grupo, surgia uma chance de se estabelecer o equilíbrio da ponte. Quando a estrutura quebrava ou não era construída porque alguns membros do grupo se dispersavam, eram vistas novas oportunidades de construção, com o incentivo dos(as) educadores(as) na retomada da tarefa em grupo. O crescimento dos(as) educandos(as) trouxe outras possibilidades de conquista de novos protagonistas, como os(as) educandos(as) da Educação de Jovens e Adultos. Foi viabilizada a ação de recriar o movimento dentro da escola, o que inclusive ampliou a potência da ação desenvolvida pelos(as) educandos(as) do Ciclo Autoral.

Pareceu aos protagonistas e demais membros da escola que talvez fosse possível surgir questionamentos que levassem à construção de um intercâmbio entre escolas, que humanizasse o conhecimento e que houvesse outros LECINs para oportunizar vivências interdisciplinares e movimentos autônomos em busca do lugar do educando(a) no mundo.

A ponte de macarrão foi um projeto que propiciou (e continua propiciando), na EMEF Vargem Grande, o protagonismo dos educandos(as) e dos educadores(as) no âmbito escolar.



Ponte de macarrão: fotos do acervo da EMEF Vargem Grande

5.2.3 Áreas de Lazer em Vargem Grande (EMEF Vargem Grande)

Em 2013 houve o segundo festival de animação da DRE Capela do Socorro intitulado “Anima Capela”, no qual foram envolvidas as áreas de Ciências Naturais, Artes, Matemática e Informática Educativa para o desenvolvimento do projeto. O tema escolhido foi o da convivência em sociedade. O filme “Bondade Inesperada”, com o qual concorreu a EMEF Vargem Grande, classificou-se em primeiro lugar. O evento motivou a produção de outra animação, em 2014, com tema “Áreas de Lazer no Vargem Grande”, e foi parte integrante do TCA, com o objetivo de transformar um terreno baldio e abandonado em uma área de convivência e lazer.

Como se temia que a ideia ficasse apenas no papel, impossível de ser realizada, o grupo de educandos(as) e os educadores(as) de Arte, Ciências Naturais, Informática Educativa e Matemática resolveram transformar essa ideia em um *stop motion* (Anime: “Sonho Possível”). A produção de animações envolve a utilização das Grandezas Tempo e Espaço.

O desejo de transformar o TCA em realidade tomou conta de todos e serviu de incentivo para que os(as) educandos(as) buscassem parcerias na comunidade. O ano de 2014 terminou e os(as) educandos(as) envolvidos no trabalho concluíram o Ensino Fundamental e mudaram de escola para cursar o Ensino Médio. Ainda assim, deram continuidade ao TCA de 2014, aliando-se aos novos(as) educandos(as) de nono ano em 2015.

Então, o novo grupo, composto por educandos(as) do nono ano da EMEF Vargem Grande e por ex-alunos(as), decidiu que o bosque necessitava de mais melhorias, principalmente para os(as) jovens e adultos da região. Sendo assim propuseram novas intervenções e encaminhamentos e para tanto realizaram uma pesquisa de opinião na escola e no bairro, elencando as atividades de cultura e lazer que as pessoas gostariam que existissem no Bosque do Xerife. De posse dos dados, foram elaboradas tabelas e gráficos para decidir o que mais precisava ser feito no local

Além dos conceitos de porcentagem, ângulos centrais, gráfico de setores e de proporção, esse trabalho proporcionou a utilização das ferramentas tecnológicas integrando as aulas na sala de informática.

Uma vez decidido o que iria ser feito, precisaram organizar o *layout* do bosque e, por isso, fizeram medições no local. Para tanto, usaram trena de 20 metros, barbante, papel e caneta a fim de calcular a área e o perímetro do terreno que continha o bosque, facilitando a visualização do espaço por



meio de um desenho. Com essas informações, os(as) estudantes solicitaram ao Subprefeito de Parelheiros a instalação das mesas de ping-pong, a pista de skate, os jardins etc.

O grupo de educandos(as), educadores(as), servidores(as) e gestores (as) envolvidos no trabalho fez uma reunião com a ACHAVE (Associação Habitacional de Vargem Grande), com os comerciantes do bairro e com representantes da Subprefeitura de Parelheiros. A partir dessa reunião, os comerciantes fizeram doação, em dinheiro, para compra dos brinquedos de madeira tratada para o parque.

A escola e a comunidade, em parceria com a Subprefeitura, limpam o terreno e prepararam a área que em pouco tempo e com a parceria de muitos, pode contar com um parquinho, um campo, plantio de árvores e plantas e quadra de vôlei.

A área de lazer foi inaugurada no dia 01 de maio de 2015, com o nome Bosque Xerife, em homenagem a um morador pioneiro da região. Pouco tempo depois, foram disponibilizadas iluminação e wi-fi livre. Com a repercussão inesperada da ação coletiva, a inauguração contou com as presenças do Prefeito, do Secretário Municipal da Educação e representantes da Diretoria Regional de Educação Capela do Socorro, que participaram de maneira significativa, visitando a Escola, assistindo à apresentação do projeto pelos educandos(as) e educadores(as), e participando de um plantio de árvores no bosque.

O Bosque do Xerife continua sendo aprimorado e cuidado pela comunidade e pela Subprefeitura de Parelheiros. Foi e é uma alegria para a escola contribuir com um novo lugar e um novo olhar para as pessoas que vivem no Vargem Grande, provando que foi possível a intervenção social, ainda que territorial, por meio da realização de um TCA.



Bosque do Xerife: fotos do acervo da EMEF Vargem Grande

Sugere-se navegar pelo Blog EMEFVARGEM GRANDE

Postagem: TCA ANIME 2014

Disponível em: <<http://emefvargemgrande.blogspot.com/2014/11/tca-anime-2014.html>>. Acesso em: 20 maio 2016. ANIMETCAVG 2014



“Nós chegamos à conclusão que tudo que fizemos até agora não foi bom somente para nós, mas para todos os moradores do bairro. Pois antes não havia nenhuma praça e nenhum local de lazer, e com esse projeto do “Bosque Xerife” que os alunos no 9º de 2014 começaram, conseguimos oferecer ao nosso bairro esse espaço. Assim podemos ter um lugar para andar de bicicleta, skate, jogar tênis de mesa, os pais poderão levar os filhos ao Bosque e terão um lugar público para passar as tardes e finais de semana e se divertirem. Percebemos que com os conhecimentos adquiridos na escola, podemos argumentar e melhorar o mundo que vivemos, nos tornando verdadeiros cidadãos. Relato de alunos(as).

“5.2.4 Mancala⁶⁸ em Sala de Aula: um exercício interdisciplinar (EMEF Antonio Duarte de Almeida)

O presente texto é relato de uma experiência pedagógica desenvolvida junto a uma turma de estudantes do quinto ano. Esta experiência, com possibilidade de diálogo e reflexão acerca de saberes de outra cultura nas aulas de Matemática, justifica a importância do jogo Mancala, pelo foco interdisciplinar existente no mesmo.

A educadora aponta que o objetivo proposto foi relacionar a Matemática e a cultura africana, e os caminhos percorridos foram:

- 1) sensibilização - as crianças em sala de leitura, leram contos africanos
- 2) pesquisa - na sala de informática, pesquisaram a cultura africana e diversos jogos africanos, focando em seguida nos Jogos Mancala e suas regras
- 3) confecção do Tabuleiro do Mancala Awele
- 4) o momento do jogo

É possível aprender as regras do Mancala Awele assistindo ao vídeo postado por Mitra Oficina de Criação disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=goaDYE-sO4U>>. Acesso em: 18 maio 2016.



68 Relato extraído do artigo “Formação Contínua em Educação para as Relações Etnico-Raciais: Jogos Mancala Awele - reflexos na ensinagem - aprendizagem”, escrito para ser apresentado no ENEM/2016, sob autoria de Eliane Costa Santos, Erika de Oliveira Haydn e Maria da Conceição dos Santos França.

A educadora relata que os desdobramentos dessa aula aumentaram consideravelmente o interesse nos conteúdos algébricos da Matemática e o encantamento pelas culturas do continente africano, ampliando os aspectos interdisciplinares para além do jogo.



Tabuleiro Jogo Mancala



Caminhos percorridos durante a prática relatada: acervo pessoal da professora.

Apresentei o jogo Mancala Awele, falei da filosofia do jogo e a importância deste jogo para o continente africano. Falei da importância da Árvore baobá para o povo africano e sua semente para o jogo mancala, Utilizei o link da internet para pesquisa e prática do jogo. Durante o processo do jogo propus ao educandos que observassem se havia alguma relação entre a Matemática e o jogo Mancala, e também do jogo com outras áreas do conhecimento. Começamos um mapeamento, cada um falava o observado – técnicas de contagem, agrupamento, pensamento estratégico, operações aritméticas (adição e subtração), antecipação, desigualdade e formas geométricas – foram os mais recorrentes para a Matemática; semear e plantar para Ciências Naturais; localização para Geografia; história de outro continente e cultura africana para História[...].

[...]Hoje a Matemática é vista como um campo de estudo de padrões existentes quer na natureza ou nas realizações humanas, portanto não justifica esse distanciamento. Dentro do ensino de Matemática para o Ensino Fundamental, um dos desafios ainda permeia a aritmética, a busca do reconhecimento que as igualdades e desigualdades existentes na aula de Matemática apresentam a mesma lógica do pensar social, portanto iniciei uma aula de álgebra jogando Mancala, lembrando que ir de uma casa a outra, realizando sementeiras e colheitas, implica em um raciocínio lógico no momento de semear (adicionar), para de imediato não ser subtraído com a colheita do parceiro. Essa analogia fez os educandos se encantarem com esse olhar algébrico, bem como quiseram também aprofundar em outras culturas do continente africano, que eu irei compartilhar com colegas da área de história. [...]

5.2.5 Uso de softwares no laboratório de informática favorece o trabalho interdisciplinar (EMEF José Maria Lisboa)

”

...Comecei a aula lançando desafios envolvendo problemas da Matemática. Por exemplo: “Vamos construir uma parede da casa, que tenha 3x6 blocos de madeira. Teremos 3 (três) blocos de altura e 6 (seis) blocos de comprimento. Quantos blocos de madeira são necessários para construir essa parede?” Durante a atividade várias respostas foram dadas, até que um aluno resolveu o problema dando a resposta correta: “18”. Eu perguntei como ele havia chegado a essa resposta e ele respondeu: “porque 3 vezes 6 é igual a 18”. O fato de você trabalhar com blocos dentro do jogo, possibilitou que se trabalhasse com o fato concreto, no que facilitou muito a compreensão por partes dos educandos(as). POIE da EMEI José Maria Lisboa.

O POIE (Professor Orientador de Informática Educativa) da EMEF José Maria Lisboa, em suas aulas, propôs aos(às) educandos/as, nos diferentes Ciclos, distintos desafios utilizando o software *Minecraft On Line*.

Para os educandos/as do 3º ano do Ciclo de Alfabetização, foi proposta uma atividade com uso do software em que a Matemática estivesse presente na construção de uma casa, dentro do jogo *Minecraft*. Durante o processo foram lançados, pelo educador, alguns desafios.


Outro desafio, com o mesmo jogo, foi proposto para equipes compostas por educandos/as dos Ciclos Interdisciplinar e Autoral,


durante uma gincana cultural realizada na escola, utilizando o ambiente de rede local (do laboratório de Informática Educativa).

Os(as) educandos(as) estavam organizados em equipes, com três participantes, e cada equipe estava em um espaço virtual diferente, em cada servidor. Nesse espaço eles(as) tinham que desenvolver algumas tarefas e cada tarefa concluída representou pontuação para a classificação geral na gincana.

Foram cinco as tarefas que as equipes deveriam desenvolver e as atividades envolviam o conhecimento dos educandos(as) em relação ao jogo. Havia representantes por salas.

Tarefas:

	Cama, mesa e banho. Construir uma cama para cada participante da partida na gincana cultural de Lisboa.	1 Ponto
---	---	----------------

	Lar doce Lar Construir uma casa, durante a partida na Gincana Cultural de Lisboa, com as seguintes regras: <ul style="list-style-type: none">• Pelo menos ter Tecto, 1 andar e rebordo• Feita de Tábuas de madeira• Área mínima construída 10 x 8• Pelo menos ter 1 porta e 2 janelas com vidro por andar	4 Ponto
--	--	----------------



Minecraft - Imagens da Internet

O POIE relatou que, mais do que o conhecimento no jogo, o que definiu o desempenho nas tarefas foi a capacidade de cada equipe se organizar:

”

As melhores equipes foram aquelas que conseguiram dividir tarefas entre os seus membros. Por exemplo, enquanto um ficava encarregado de buscar o recurso (madeira), o outro fabricava ferramentas e começava a fazer a casa. Eles tiveram 1 hora e 30 minutos para fazer a atividades. Nessa atividade, apesar de ter um caráter competitivo, já que ela estava dentro de uma gincana, destaco a cooperação dentro do grupo para a execução da tarefa.

Perguntado sobre o que os(as) educandos(as) aprenderam com esta tarefa relacionada a outro componente curricular, o POIE relatou:

”

Acho que o que mais importa na questão de desenvolver um jogo desses não é no aprendizado de conceitos, mas a utilização de competências. No caso da tarefa de construção da casa, era importante saber quanto coletar de cada material e, para isso, eles tinham que ter uma noção do conceito de "área", saber o quanto de blocos de madeiras seriam necessários para levantar uma parede de 8 x 4, ou a quantidade de areia necessária para fabricar 40 blocos de vidro para as janelas da casa.

O POIE relatou que, em outra atividade de aplicação do jogo, é possível propor algo para o aprendizado de algumas questões matemáticas, mas acredita que o jogo em si, apresenta na prática alguns conceitos matemáticos, por exemplo, cálculos mentais, como calcular antecipadamente a quantidade de



material para levantar uma casa, usando a configuração retangular da multiplicação para isso. Os que erraram o cálculo acabaram pegando menos material do que precisavam, mas tiveram tempo de reconhecer o erro, corrigi-lo e terminar a tarefa.

Os caminhos percorridos pelas equipes foram muitos e várias habilidades e formas de organização estiveram presentes nesse processo. Um grande aprendizado para os membros da equipe, de forma lúdica e prazerosa para cumprir seus desafios, foi a possibilidade de enfrentar os erros e escolher o melhor caminho para refazer os cálculos matemáticos e resolver a situação-problema, chegando ao objetivo proposto.⁶⁹



Utilização do Jogo Minecraft: fotos do acervo da EMEF EMEF José Maria Lisboa

A atividade proposta promoveu e desenvolveu uma aprendizagem significativa. Necessitou ser preparada e organizada, para que durante a resolução de uma situação problema fosse possível acompanhar, analisar e investigar os caminhos que os(as) educandos(as) utilizaram e de que forma seus pensamentos e os conhecimentos necessários para concluírem a tarefa foram registrados.

A tarefa realizada em equipe favoreceu o aprendizado, pois proporcionou a busca de soluções, facilitou a interação de ideias e a socialização dos conhecimentos entre os atores de ensino e aprendizagem, que aprenderam a organizar-se e a direcionar a tarefa, respeitando a ação de cada membro da equipe para juntos resolverem a situação-problema.

A atividade mostrou que educadores(a) precisam incentivar, encorajar e estimular os educandos(as), garantindo oportunidade a todos e todas, criando situações-problema contextualizadas, de acordo com a realidade, contribuindo, desta forma, para aumentar a autoestima e a confiança do educando(a).

⁶⁹ Há fotos dos caminhos percorridos pelos educandos(as) durante o desafio no arquivo pessoal do Professor Marcel Marcelino do Carmo, publicados no Blog da escola (outubro de 2015). Disponível em: <<http://emeflisboa.blogspot.com.br/search?q=gincana+cultural&m=1>>. Acesso em: 18 maio de 2016.

5.2.6 Possibilidades de trabalho com os sólidos geométricos no Ciclo Interdisciplinar (EMEF Carlos Pasquale)

A atividade foi planejada com o intuito de realizar um trabalho com figuras tridimensionais. A proposta consistia em criar a planificação da superfície de sólidos geométricos pela observação dos sólidos de madeira. Os(as) educandos(as) deveriam fazer os moldes em papel cartonado do mesmo tipo que tinham em madeira e, em seguida, montar os modelos dos sólidos recortando os moldes e colando com fita adesiva colorida. A utilização da fita adesiva tinha por objetivo realçar as arestas dos sólidos geométricos.

Nas duas turmas de 6º ano, o tema planificação das superfícies de figuras tridimensionais ainda não havia sido trabalhado, mas foi percebido que alguns estudantes tinham lembranças de moldes de planificação, possivelmente por terem feito atividades semelhantes em outras ocasiões escolares.

Os(as) educandos(as) foram organizados em trios e tiveram a oportunidade de observar e manusear alguns modelos de sólidos geométricos tais como cubos, prismas e pirâmides de diversas bases, cilindro e esfera, trazidos pelo professor e que serviriam de referência para a atividade. Eles(as) não tiveram problemas em nomear as figuras. No entanto, um fato curioso é que, em relação ao paralelepípedo, muitos(as) não sabiam que este objeto também poderia ser chamado de prisma ou bloco retangular.

Em seguida, foi explicado que deveriam criar três modelos de figuras geométricas tridimensionais, um cubo, um prisma e uma pirâmide, a partir dos modelos em madeira, mas teriam apenas o papel cartão, régua, lápis, tesoura e fita adesiva colorida para cumprir a tarefa. O combinado era não utilizarem os modelos de sólidos geométricos de madeira para serem contornados com lápis. Esta proposta foi utilizada com a intenção de verificar quais estratégias usariam para fazer os ângulos e as medidas das formas geométricas.

Os modelos de sólidos geométricos de madeira foram distribuídos entre os grupos, um modelo de cada vez, para cada trio, e conforme eles iam terminando de utilizá-lo, iam revezando entre os grupos, para que, ao final, cada grupo conseguisse construir pelo menos os três modelos solicitados.

Em continuidade, os grupos deveriam preencher uma tabela com o nome do sólido, quantidade de arestas, vértices e faces e um exemplo de uma planificação possível da figura observada. As informações foram retomadas na aula seguinte em situação de sistematização sobre o tema “planificação de superfícies de figuras geométricas”.



Muitos grupos tiveram a ideia de elaborar a planificação em uma única peça, mas um deles projetou as faces em posições incorretas. Este grupo discutiu por alguns minutos se aquele molde montaria um modelo de cubo, até concluírem que não seria possível e reelaboraram o molde, utilizando o erro como elemento de aprendizagem.

Um grupo desenhou e recortou cada face do sólido separadamente e depois emendou com a fita adesiva, resultando em dificuldade para a montagem das figuras. Outro grupo fez as figuras com o dobro do tamanho original, enquanto outro desenhou a base e todas as faces do prisma de base retangular do mesmo tamanho, que é uma possibilidade para um prisma, mas não correspondia à figura geométrica analisada.

Foi muito produtiva e interessante a discussão de um grupo, quando um de seus membros verificou que havia um erro e tentava argumentar com os demais participantes que aquele desenho “não fecharia” a figura.

Um dos pontos que mais chamou a atenção do educador responsável pela atividade foi que muitos grupos se utilizavam de conhecimentos matemáticos que até aquele momento não haviam sido trabalhados sistematicamente, como o conceito de mediana, ponto médio, bissetriz, ângulos complementares e suplementares, entre outros.

Os educandos(as) se mostraram bem motivados com a atividade, além de criarem estratégias próprias de resolução que puderam ser utilizadas posteriormente.



Construção de sólidos geométricos: fotos do acervo da EMEF José Maria Lisboa

5.2.7 Compreensão de Número Fracionário (EMEF Professor Giuseppe Tavolaro)

O objetivo da proposta era que o(a) educando(a) compreendesse a necessidade do uso do número fracionário. Para tanto, foi proposta a seguinte situação:

“Meu marceneiro pediu para medir duas mesas da escola e passar as informações por telefone. Eu só tenho duas folhas de sulfite para fazer isso. Quantas folhas de sulfite têm o lado maior e menor da mesa juntos?”

O objetivo era que os(as) educandos(as) tentassem medir a mesa, cuja medida já havia sido verificada e a resolução seria dada por meio do número fracionário: cinco inteiros e dois quintos.

A turma foi dividida em sete grupos, contendo quatro ou cinco educandos(as) com saberes matemáticos diferentes. A sala foi disposta de maneira que houvesse duas mesas e duas folhas de sulfite (que deveriam ser utilizadas no comprimento) para cada grupo.

Após a explicação da situação, os(as) educandos(as) de cada um dos grupos puderam formular suas estratégias e respostas. Ao término desse primeiro passo da atividade, foi solicitado que representassem numericamente o “pedaço” da mesa que não dava para ser medido por uma folha inteira. Então, eles poderiam circular pela sala para verificar as hipóteses dos outros grupos. Por se tratar de uma atividade introdutória do conteúdo, não havia o objetivo de que o(a) educando(a) acertasse a representação fracionária, mas de que ele compreendesse a necessidade de aprender o uso dos números fracionários.

Nessa atividade foram muito importantes as intervenções feitas pelo educador que, como mediador, problematizou as dúvidas trazidas pelos(as) educandos(as), com questionamentos, levando-os(as) a elaborarem sua própria conclusão. Também foi seu papel sistematizar as hipóteses/respostas dos(as) educandos(as) ao final da atividade. Neste sentido, o educador passou de grupo em grupo para ouvir, discutir, analisar, mediar e interferir nessas respostas.

Dos sete grupos da sala, cinco deles tiveram como resposta inicial “cinco folhas e meia”. A partir dessa resposta, foi possível notar que a ideia de metade já havia sido construída, ainda que esta não fosse a resposta adequada ao problema – e, por isso, coube ao educador interferir com diferentes perguntas, à medida que dialogava com as hipóteses dos educandos(as), que, por fim, consideraram esse número como fracionário.



Para o grupo 1, foi perguntado como se pode escrever “meia”. As respostas foram: “5,05” de dois educandos; “5/30” e um deles respondeu “1/2”. Os grupos 2, 3 e 4 perceberam que, além das cinco folhas inteiras, a outra que restou “*Não é metade, mas eu não sei quanto é, só sei que é menos*”.

Para dar uma resposta, o grupo 2 se valeu de duas unidades de medida socialmente utilizadas: os próprios dedos e os centímetros. Eles responderam: “Deu 5 folhas e 4 centímetros”. Esses(as) educandos(as) usam a correspondência de 4 dedos para 4 centímetros.

O grupo 5 mostrou-se o mais curioso e perseverante de todos. Os(as) educandos(as) tentaram de todas as formas chegar ao resultado: utilizaram os dedos e a régua. A todo momento foram lembrados(as) que, para aquela atividade, eles poderiam usar apenas as duas folhas de sulfite dadas, ainda que todas as formas de medir que eles gostariam de usar existissem e fossem válidas. Então, eles tentaram partir para o cálculo da divisão. Estipularam como dividendo o número “1,5 *porque tem uma folha dividida na metade*”.

Ao serem questionados sobre “*Quanto é a metade?*”, eles(as) trocaram ideias:

“Acho que é 30. Não, é 60. Acho que é 50. A metade de alguma coisa é 5.”

E definiram o 5 como metade. No entanto, não chegaram a conclusão de qual seria o dividendo. Por isso, disseram “*É menos da metade que sobra, mas não sei exatamente quanto é*”.

Os grupos 6 e 7 conseguiram perceber que a folha precisava ser dividida em cinco partes e que apenas duas delas seriam utilizadas, porém, por desconhecerem a nomenclatura das frações, não falaram corretamente quantas partes da folha de sulfite sobram. Entretanto, foi perceptível a compreensão de que eles(as) têm de um dos princípios da obtenção de uma fração: a parte relativa ao todo.

O grupo 6 demonstrou o quanto a mediação de um(a) professor(a) é importante. A princípio, eles(as) comentaram: “*Deu um terço*”, mas dividiram a folha em quatro partes. A intervenção, neste momento, foi chamar a atenção das crianças para a palavra terço”, dizendo:

“O que a palavra terço lembra? Qual outra palavra se parece com ela?”.

Os(as) educandos(as) respondem: “*Três e terceiro*”. Assim, eles entenderam que a divisão de uma parte por quatro não é chamada de terço, e sim a divisão de uma parte por três. Esse grupo respondeu objetivamente, após intervenção:

“A gente dividiu a folha em cinco partes e só precisa de duas dessas cinco”.



Já o grupo 7, embora tenha dividido e, inclusive, utilizado a nomenclatura correta de uma fração, cometeu um erro recorrente até para educandos(as) que já estudam fração há algum tempo:

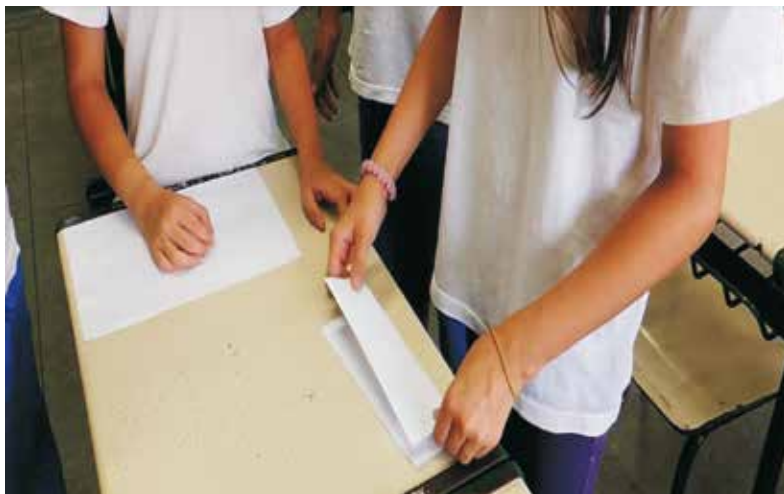
“O que vai usar é $\frac{2}{3}$, porque eu peguei 2 partes e sobraram 3”.

Encerrada a fase de ouvir e explorar a hipótese de cada grupo, o professor reuniu toda a turma para a sistematização do conteúdo, explicando que há um número que pode dar a resposta correta para aquele problema e este número é o fracionário. Com ele é possível encontrar uma solução válida para aquele “pedaço” da mesa que faltava medir.

Em seguida, uma das estudantes do grupo 1 veio à lousa e socializou com os demais a resposta e a forma escrita que ela havia falado: “ $\frac{1}{2}$ ”. Então, foram questionados se já conheciam aquele número e onde o tinham visto, ao que os(as) educandos (as) responderam conhecer de livros de receitas, essa e outras frações.

É importante salientar que as hipóteses de escrita dos(as) educandos(as) para os números fracionários têm base em conhecimentos adquiridos no cotidiano e podem ser explorados pelos participantes da prática.

Cabe ressaltar, novamente, que esta foi a primeira atividade de uma sequência de atividades sobre fração e levou os(as) educandos(as) a elaborarem e validarem hipóteses para resolver o problema de maneira que utilizassem todos os conhecimentos para efetivar e sustentar uma solução.



Fotos: acervo da EMEF

A utilização do uso fracionário - EMEF Prof. Giuseppe Tavolaro



5.3 Avaliação para Aprendizagem em Matemática

Há ideias que permeiam a relação entre avaliação e concepção de conhecimento, presentes no documento “Diálogos Interdisciplinares a caminho da autoria”.⁷⁰ Para a análise das questões de natureza epistemológica é necessário relacionar os significados e funções da avaliação e estabelecer conexões significativas entre ações de ensino e aprendizagem e a avaliação processual.

A avaliação para ensino e aprendizagem deve: produzir informações diagnósticas que sirvam para reorientar o ensino, vislumbrando caminhos ou rotas alternativas de ação rumo a aprendizagens significativas; permitir a identificação dos avanços do grupo de educandos(as) e de cada um, individualmente; informar e orientar os pais (ou responsáveis) quanto ao desenvolvimento de seus filhos.

Por meio da avaliação processual em Matemática, o(a) educador(a) poderá observar se os(as) educandos(as): demonstram autonomia e criatividade na busca de estratégias de solução para um problema; investigam, formulam e testam suas hipóteses; discutem diferentes pontos de vista, expõem suas dúvidas e opiniões; comunicam, oralmente e por escrito, suas descobertas; analisam e relacionam conceitos em Matemática; relacionam a Matemática com outros campos de conhecimento.

No processo de avaliação, é importante analisar os diferentes instrumentos utilizados para considerar a legitimação das múltiplas formas de manifestação do saber. Para tanto, os(as) educadores(as) junto aos educandos(as) desenvolvem diferentes estratégias que permitem a descrição dos percursos de aprendizagem que verifiquem como os(as) educandos(as) resolvem uma situação; percebam quais as relações estabelecidas por eles e valorizem os progressos experimentados; promovam descobertas e a busca de novas relações.

É fundamental, ainda, colocar em destaque os saberes dos(as) educandos(as) e identificar seus avanços.

Os percursos de aprendizagem, envolvendo os aspectos acima, podem ser avaliados por meio de diversos instrumentos. Os(as) educandos(as) precisam ser convidados a trabalhar em duplas e também em grupos maiores. Nessas ocasiões, o(a) educador(a) pode acompanhar e avaliar a realização da atividade considerando, além dos aspectos relacionados à compreensão

⁷⁰ Nas páginas 51 a 57.



de determinado conteúdo, as interações no grupo quanto às possibilidades de trabalho colaborativo.

Isso significa observar as atitudes de respeito a diferentes pontos de vista entre os(as) educandos(as) e a capacidade para expor seus argumentos aos demais e serem compreendidos, bem como o acolhimento e encorajamento da participação de todos, por meio de estratégias que reconheçam e atendam às singularidades.

Acompanhar e avaliar individualmente os(as) educandos(as) enriquece o trabalho do(a) educador(a) pois faz com que ele investigue e compreenda suas dificuldades e avanços; analise erros e dúvidas como elementos de reorientação de seu trabalho; reconheça que as dúvidas e incertezas presentes nos questionamentos e respostas dos(as) educandos(as) favorecem a construção de novas relações entre conceitos e ideias trabalhadas durante o processo de aprendizagem. É necessário verificar também as formas de registros utilizados pelos(as) educandos(as) e de que maneira eles transitam entre diferentes registros.

As múltiplas linguagens que fazem parte de um processo avaliativo (orais,⁷¹ escritas, filmadas etc.) devem contemplar situações de ensino e aprendizagem referentes ao desenvolvimento de projetos, de jogos, de leitura, de resolução de problemas, situações-problema, sobre resultados de pesquisas, etc. Como instrumento de acompanhamento das aprendizagens, pelos(as) educandos(as) e educadores(as), indica-se a elaboração e a organização de portfólios que podem conter registros das situações citadas anteriormente.

A frequência e o enfoque dos registros em portfólio fornecem uma imagem de transformações contínuas e em ordem cronológica, que facilitam a avaliação processual. A análise de um portfólio possibilita a compreensão, pelo(a) educando(a) e pelo educador, de como o conhecimento foi construído e em qual experiência significativa ou contexto consolidou-se. Na confecção de um relatório, os(as) educandos(as) podem ser orientados, indicando-se itens importantes na composição.

Gardner (1995) define *portfólio* como um local para colecionar todos os passos percorridos pelo(a) educando(a) ao longo da trajetória de aprendizagem. A coletânea de trabalhos, provas, exercícios, relatórios, fichas de leitura, permite construir, entre outras coisas, seu perfil, evidenciando o ritmo e a direção de crescimento, recortes de interesse, dificuldades e o potencial a ser desenvolvido.

Os(as) educandos(as) têm muito a ganhar se forem estimulados a colecionar o registro de suas reflexões, opiniões, dúvidas e impressões sobre textos lidos e atividades vivenciadas. Todo o material colecionado, num determinado momento, fornecerá subsídios para a avaliação tanto do educando(a), quanto do(a) educador(a), além da adequação dos conteúdos e metodologias de ensino.

71 O tema “oralidade” pode ser consultado, neste documento, em Matemática e Língua Materna.

A autoavaliação é um dos momentos fundamentais em todo o contexto de avaliação formativa. Ela permite que os(as) educandos(as) tomem consciência do próprio processo de aprendizagem; identifiquem seus avanços e suas dificuldades; reflitam sobre suas representações e registros, sobre o que sabem e como fazem determinada atividade, o que leva ao desenvolvimento da autonomia (VEIGA, 2005).

A autoavaliação pode ser proposta aos(as) educandos(as) em diversos momentos como: após um trabalho em grupo quando os(as) educandos(as) fazem observações quanto à participação na discussão entre os colegas; quando falam ou conversam sobre o que aprenderam; quando terminam um jogo e comentam sobre ele; quando, ao final de uma aula expressam seus sentimentos sobre as atividades do dia, sobre os avanços e dificuldades na aprendizagem de determinado conteúdo, sobre o prazer e a vontade de aprender Matemática.

Outro instrumento que favorece a autoavaliação é a elaboração de sínteses orais e/ou escritas pelos(as) educandos(as) sobre a aprendizagem de algum conteúdo. Nessa síntese, podem escrever o que aprenderam sobre determinada ‘ideia’ matemática, sobre os pontos que forem mais ou menos relevantes, sobre aqueles que, embora fossem vistos como compreensíveis, geraram dúvidas no momento de resolução de exercícios ou problemas. Elaborar sínteses é uma atividade que favorece a reflexão sobre o próprio processo de aprendizagem, evidenciando progressos e apontando as dificuldades que ainda permanecem sobre determinado tema.

Além disso, valoriza a escrita como elemento de metacognição; desenvolve a capacidade de sintetizar; cria oportunidades para que o(a) estudante possa se expressar e contribuir com elementos que melhorem o curso e as atividades propostas pelo(a) educador(a). Nesse sentido, as sínteses elaboradas fornecem elementos para que o educador identifique os diferentes caminhos percorridos; evidenciam as dificuldades e as possibilidades de retomada de determinado tema ou orientação metodológica; possibilitam a análise de sua prática, seja da metodologia, seja do encaminhamento da atividade.

É preciso avaliar métodos e atitudes durante o trabalho cotidiano, para valorizar propostas e caminhos que surgirem durante a resolução de alguma situação-problema ou atividade, e também explorar e analisar os erros cometidos⁷² como um instrumento de ensino e aprendizagem, favorecendo de forma significativa a construção de conceitos e autoestima.

A avaliação em Matemática nas situações de jogos e de resolução de problemas e situações-problema, por exemplo, deve estar inserida em con-

72 Em Problemas e Situações-problema discute-se a utilização dos erros nas intervenções didáticas para o desenvolvimento do educando(a).



textos de tomada de decisão, escolhas e negociações. Sendo assim, assume um caráter de questionamento de processos e análise de dificuldades ou sucessos dos(as) educandos(as) que podem redirecionar estratégias para a construção não só do conhecimento matemático, mas das estruturas dos jogos e das estratégias de resolução de problemas.

Os instrumentos de avaliação elaborados a partir do planejamento do(a) educador(a) evidenciam aprendizagens, pois dialogam com a realidade dos(as) educandos(as) e com o PPP da escola, considerando, portanto, as especificidades da comunidade escolar. O conjunto dos possíveis instrumentos de acompanhamento das aprendizagens e avaliação, devidamente organizados, fornecerá subsídios para a reorientação do processo de aprendizagem de educadores(as) e educandos(as).

Os instrumentos citados podem ser realizados com ou sem a regulação de tempo e/ou que possibilitem consulta ao material próprio do(a) educando(a).

Sobre a avaliação em Matemática é importante avaliar se os(as) educandos(as): interpretam os textos; identificam e relacionam as variáveis importantes; demonstram e expressam o conhecimento dos conceitos matemáticos envolvidos; identificam os procedimentos de resolução adequados para a situação; pesquisam as informações que eventualmente não possuem e que são importantes para o caso que analisam; socializam com os colegas as possibilidades que consideram para a superação do desafio que lhes foi proposto e organizam as resoluções que elaboram e apresentam os resultados de modo que possam ser compreendidos por todos.



MATEMÁTICA

MATEMÁTICA

REFERÊNCIAS

ADAMUZ, Regina. Você gosta de brincar? Do quê? Com quem? In: SANTOS, Santa M. P. (Org.). **Brinquedoteca: a criança, o adulto e o lúdico**. São Paulo: Cortez, 2000.

ALMEIDA, Lourdes Werle. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo: Contexto, 2013.

APPLE, Michael W. **Política cultural e educação**. Trad. Maria José do Amaral Ferreira. São Paulo: Cortez, 2000.

AVEDON, E. ; SUTTON-SMITH, B. **The study of games**. New York: John Wiley & Sons, 1971.

BALTAR, Marcos. **Rádio escolar: uma experiência de letramento midiático**. São Paulo: Cortez, 2012.

BARBOSA, R. M. **Descobrimos a geometria fractal para a sala de aula**. São Paulo: Autêntica, 2006.

BARBOSA, J.C. **Modelagem matemática: concepções e experiências de futuros professores**. 2001. 253 f. Tese (Doutorado)-Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2001.

BARBOSA, R. M. **Revisitando conexões matemáticas com brincadeiras, explorações e materiais pedagógicos**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2012.

BENJAMIN, Walter. **Reflexões sobre a criança, o brinquedo e a educação**. Tradução. Marcus Vinicius Mazzari. São Paulo: Editora 34, 2002.

PINTO, Neuza Bertoni. **Erro como estratégia didática**. Campinas: Papirus, 2000.

BIEMBENGUT, M.S. **Modelagem no Ensino**. Blumenau: Edifurb, 2014.

BOBBIO, Norberto. **A era dos direitos**. 11. ed. Rio de Janeiro: Campus, 1992.

BOMTEMPO, E., HUSSEIN, C.L.; ZAMBERLAN, M.A.T. **Psicologia do brinquedo: aspectos teóricos e metodológicos**. São Paulo: Nova Stella/Editora da Universidade de São Paulo, 1986.

BORIN, Julia. **Jogos e resolução de problemas**. São Paulo: CAEM –IME/USP, 1995.

BRASIL. Ministério da Educação. **Pacto nacional pela alfabetização na idade certa**. Brasília: MEC/ SEB, 2014.

_____. Ministério da Educação. **Elementos conceituais e metodológicos para definição dos direitos de aprendizagem e desenvolvimento do Ciclo de Alfabetização (1º, 2º, 3º anos) do Ensino Fundamental**. Brasília: MEC, 2012.

_____. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. **Pacto nacional pela alfabetização na idade certa**. Brasília: MEC/SEB, 2012.

_____. Ministério da Educação. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa: grandezas e medidas: caderno 6**. Brasília: MEC/SEB, 2014.



_____. Ministério da Educação. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa: saberes matemáticos e outros campos do saber: caderno 8.** Brasília: MEC/SEB, 2014.

BRENELLI, R.P. **O jogo como espaço para pensar.** Campinas: Papirus, 1996.

BROUGÉRE, Gilles. **Jogos e educação.** Tradução Patrícia Chittoni Ramos. Porto Alegre: Artes Médicas, 1998.

BRUNER, Jerome. **Atos de significação.** Porto Alegre: Artmed, 1997.

BURKE, Peter. **Uma história social do conhecimento: de Gutenberg a Diderot.** Tradução Plínio Dentzien. Rio de Janeiro: Zahar, 2003.

BURAK, D. **Modelagem matemática: uma alternativa para o ensino de matemática na 5ª série.** 1987. 186 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática)–Instituto de Biociências, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Rio Claro, 2010.

CAILLOIS, Roger. **Os jogos e os homens: a máscara e a vertigem.** Tradução José Garcez Palha. Lisboa: Cotovia, 1990.

CALDEIRA, Adriano. **Para aprender e ensinar xadrez na escola.** São Paulo: Ciranda Cultural, 2009.

CANDAU, Vera Maria. **Didática, currículo e saberes escolares.** Rio de Janeiro: DP&A, 2006.

CARAÇA, Bento de Jesus. **Conceitos fundamentais da Matemática.** 9. ed. Lisboa: Livraria Sá da Costa, 1989.

CHIEUS, Gilberto. **Matemática Caiçara: etnomatemática contribuindo na formação docente.** 2002. 119 f. Dissertação (Mestrado)-Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2002.

CLARETO, S.M. **Terceiras Margens: um estudo etnomatemático de espacialidades em Laranjal do Jari (Amapá).** 2003. 254 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática)-Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2003.

COMITÊ GESTOR DE INTERNET NO BRASIL. **TIC Educação 2011: pesquisa sobre o uso das tecnologias de informação e comunicação nas escolas brasileiras.** São Paulo: CETIC.BR, 2012.

COSTA, W. N. G. **A Matemática e os ceramistas do Vale do Jequitinhonha.** Dissertação (Mestrado em Educação)–Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1998.

D'AMBROSIO, D.S. **The dynamics and consequences of the modern mathematics reform movement for Brazilian mathematics education.** 1987. Tese (Doutorado em Filosofia)-Escola de Educação, Indiana University, Estados Unidos, 1987.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Etnomatemática.** 10. ed. São Paulo: Ática, 1990.

_____. **Educação Matemática: da teoria à prática.** Campinas: Papirus, 2002.

_____. **Etnomatemática: elo entre as tradições e a modernidade.** Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

_____. **Uma história concisa da Matemática no Brasil**. 2. ed. Petrópolis: Vozes, 2011.

DINIZ, L.N. **O papel das tecnologias da informação e comunicação nos projetos de Modelagem Matemática**. 2007. 118 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática)–Instituto de Biociências, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Rio Claro, 2007.

DOMITE, M.C. Santos. Etnomatemática e sua teoria: teoria da etnomatemática?. In: CONGRESSO INTERNACIONAL DE ETNOMATEMÁTICA, 2., 2002, Ouro Preto. **Anais...** Ouro Preto: UFG, 2002.

DUSSEL, E. **Ética da libertação**. 2. ed. Petrópolis: Vozes, 2002.

FERREIRA, Eduardo S. Racionalidade dos índios brasileiros. **Scientific American Brasil**, São Paulo, n.11, Edição Especial Etnomatemática, 2005.

FONSECA, Maria da Conceição F. R. **O ensino de geometria na escola fundamental: três questões para a formação do professor dos ciclos iniciais**. 3.ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.

FOUCAULT, M. **Vigiar e punir: nascimento da prisão**. 29. ed. Tradução Raquel Ramalhe. Petrópolis: Vozes, 2004.

FRANCO, V. S. **Curso de Geometria não-euclidiana**. Maringá: UEM, 2008. (CDROM).

FRANCHI, R.H.O.L. Reflexões sobre a modelagem na perspectiva da educação matemática. In: CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 3., 2003, Piracicaba. **Anais...** Piracicaba: UNIMEP, 2003.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia do oprimido**. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1975.

_____. **Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa**. São Paulo: Paz e Terra, 1997.

_____. **Educação e atualidade brasileira**. São Paulo: Cortez; Instituto Paulo Freire, 2002.

_____. **Educação como prática da liberdade**. 2. ed. São Paulo: Paz e Terra, 1989.

_____. Carta de Paulo Freire aos professores. **Estudos Avançados**, v. 15, n. 42, p. 259-268, 2001.

_____. **Ação cultural para a liberdade e outros escritos**. São Paulo: Paz e Terra, 1981.

FRIEDMANN, A. **Jogos Tradicionais na cidade de São Paulo: recuperação e análise de sua função educacional**. Dissertação (Mestrado)–Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1990.

_____. **Brincar: crescer e aprender: o resgate do jogo**. São Paulo: Moderna, 1996.

GALLO, Sérgio Nesteriuk. Breves considerações acerca do videogame. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE CIÊNCIAS DA COMUNICAÇÃO, 27., 2004. Porto Alegre. **Sessão de Temas Livres**. Porto Alegre, 2004. São Paulo: Intercom, 2004. (CD-ROM).

GARDNER, H. **Inteligências múltiplas: a teoria na prática**. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 1995.



GEERTZ, Clifford. **A interpretação das culturas**. Rio de Janeiro: Zahar, 1978.

_____. O impacto do conceito de cultura sobre o conceito de homem. In: _____. **A interpretação das culturas**. Rio de Janeiro: Zahar, 1978.

GERDES, P. **Geometria e Cestaria dos Bora na Amazonia Peruana**. Estados Unidos da América: Lulu Enterprises, Morrisville, NC 27560, 2007.

HUIZINGA, Johan. **Homo Ludens: o jogo como elemento da cultura**. 5. ed. Tradução João Paulo Monteiro. São Paulo: Perspectiva, 2001.

INCLUSÃO: revista da Educação Especial, out. 2005. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seesp/arquivos/pdf/revistainclusao1.pdf>>. Acesso em: 11 maio 2016.

JACOBINI, O.R.; WODEWOTZKI, M.L.L. Uma reflexão sobre a Modelagem Matemática no contexto da educação matemática crítica. **Bolema**, Rio Claro, ano 19, n. 25, p. 71-88, 2006.

JESUS, E. A. **As artes e as técnicas do ser e do saber/fazer em algumas atividades no cotidiano da comunidade kalunga do Riachão**. 2007. 131 f. Dissertação (Mestrado)–Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Rio Claro, 2007.

JESUS, Cláudio Lopes de. **A Etnomatemática das práticas cotidianas no contexto de formação de profissionais indígenas no Xingu**. 2006. 123 f. Dissertação (Mestrado)–Universidade de São Paulo, São Paulo, 2006.

KAMII, C.; DEVRIÈS, R. **Jogos em grupo na educação infantil: implicações da teoria de Piaget**. São Paulo: Trajetória Cultural, 1991.

KISHIMOTO, Tizuko M. (Org.). **O jogo e a Educação Infantil: jogo, brinquedo, brincadeira e educação**. 9. ed. São Paulo: Cortez, 2006.

KLÜBER, T.E. **Modelagem Matemática e etnomatemática no contexto da Educação Matemática: aspectos filosóficos e epistemológicos**. 2007. 115 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Setor de Ciências Humanas, Letras e Artes, Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa, 2007.

LAUTERT, S. L.; SPINILLO, A. G. As relações entre o desempenho em problemas de divisão e as concepções de crianças sobre a divisão. **Psicologia: teoria e pesquisa**, Brasília, v.18, n.3, p. 237-246, 2002.

LEIVAS, J. C. P. Organizando os espaços geométricos por caminhos topológicos. **VIDYA**, Santa Maria, v.28, n.2, p. 59-71, jul./dez. 2008.

LÉVY, P. **A inteligência coletiva: por uma antropologia do ciberespaço**. São Paulo: Loyola, 1998.

_____. **As tecnologias da inteligência: o futuro do pensamento na era da informática**. Rio de Janeiro: Ed. 34, 1993.

_____. **Cibercultura**. São Paulo: Loyola, 1998.

LIMA, Elon Lages. **Medida e forma em geometria: comprimento, área, volume e semelhança**. 4. ed. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2006.

LIMA, Mauricio; BARRETO, Antonio. **O jogo da Onça**. Belo Horizonte, 2004.

MACEDO, L. de; PETTY, A. L. S.; PASSOS, N. C. **Aprender com jogos e situações-problema**. Porto Alegre: Artmed, 2000.



MACHADO, Nilson. **Matemática e língua materna: a análise de uma impregnação mútua**. São Paulo: Cortez, 1990.

_____. **Epistemologia e didática: as concepções de conhecimento e inteligência e prática docente**. São Paulo: Cortez, 1995.

MARCO, F. F. **Atividades computacionais de ensino na formação inicial do professor de matemática**. 2009. Tese (Doutorado em Educação)-Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Campinas, São Paulo, 2009.

MARINHO, S. P.; LOBATO, W. Tecnologias digitais na educação: desafios para a pesquisa na pós-graduação em educação. In: COLÓQUIO DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO, 6., 2008, Belo Horizonte. **Anais...** Belo Horizonte: [s.n.], 2008. p. 1-9.

MENDES, Iran Abreu. **Matemática e investigação em sala de aula: tecendo redes cognitivas na aprendizagem**. 2. ed. São Paulo: Livraria de física, 2009.

MÉSZÁROS, István. **A educação para além do capital**. Campinas: Boitempo, 2005.

MEYER, J. F. da C. de A. et al. **Modelagem em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2011. (Coleção Tendências em Educação Matemática).

MIGUEL, Antonio. Percursos indisciplinados na atividade de pesquisa em História (da Educação Matemática): entre jogos discursivos como práticas e práticas como jogos discursivos. **Boletim de Educação Matemática**, v. 23, n. 35, p. 1-57, 2010. Disponível em: <<http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=291221892003>>. Acesso em: 3 dez. 2015.

MILTON, Ken. Estimulando o pensamento algébrico nas crianças. **The Australian Mathematics teacher**, v.45, n.4, dez.1989.

MIORIM, Maria Ângela. **Introdução à história da educação matemática**. São Paulo: Atual, 1996.

MIZUKAMI, M. G. N. **Ensino: as abordagens do processo**. São Paulo: EPU, 1986.

MOLETTA, Alex. **Criação de curta-metragem em vídeo digital: uma proposta para produções de baixo custo**. 2. ed. São Paulo: Summus, 2009.

MONTEIRO, Alexandrina. **Etnomatemática: as possibilidades pedagógicas num curso de alfabetização para trabalhadores rurais assentados**. 1998. Tese (Doutorado)-Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1998.

MORAN, Jose Manuel; MASSETO, T.; BEHRENS, Marilda Aparecida. **Novas tecnologias e mediação pedagógica**. 21. ed. Campinas, 2013.

MOREIRA, Antonio Flávio Barbosa. O campo do currículo no Brasil: os anos noventa. In: CANDAU, Vera Maria. **Didática, currículo e saberes escolares**. Rio de Janeiro: DP&A, 2006.

MOURA, Manoel Oriosvaldo. O jogo e a construção do conhecimento matemático. **Série Idéias**, São Paulo, n. 10, p. 45-52, 1992.

MUNIZ, C. A. **Brincar e jogar: enlaces teóricos e metodológicos no campo da educação matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2010.

NACARATO, A. M. et al. **A geometria nas series iniciais: uma análise sob a perspectiva da prática pedagógica e da formação de professores**. São Carlos: EdUFSCar, 2003. 151p.



NAPOLITANO, Marcos. **Como usar o cinema na sala de aula**. 4. ed. São Paulo: Contexto, 2010.

NEGRELLI, L.G. **Uma reconstrução epistemológica do processo de Modelagem Matemática para a educação**. 2008. 140 f. Tese (Doutorado em Educação) – Setor de Educação, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2008.

NINA, C.T.D. **Modelagem Matemática e novas tecnologias**: uma alternativa para a mudança de concepções em Matemática. 2005. 213 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Faculdade de Física, Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2005.

OLIVEIRA, M.S. **Interpretação e comunicação em ambientes de aprendizagem gerados pelo processo de modelagem matemática**. 2010. 126 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Instituto de Ciências Exatas e Naturais, Universidade Federal do Pará, Belém, 2010.

OLIVEIRA, A.M.P. **Modelagem matemática e as tensões nos discursos dos professores**. 2010. 187 f. Tese (Doutorado em Ensino, Filosofia e História das Ciências) – Instituto de Física, Universidade Federal da Bahia, Bahia, 2010.

PERRENOUD. **Avaliação**: da excelência à regulação das aprendizagens: entre duas lógicas. Porto Alegre: ARTMED, 1999.

PIAGET, Jean. **O nascimento da inteligência na criança**. 4. ed. Rio de Janeiro: Zahar, 1982.

_____. **A formação do símbolo na criança**: imitação, jogo e sonho, imagem e representação. Rio de Janeiro: Koogan, 1978.

PINTO, Neuza Bertoni. **Erro como estratégia didática**. Campinas: Papyrus, 2000.

PIRES, C. M. C. **Números naturais e operações**. São Paulo: Melhoramentos, 2013. (Coleção Como Eu Ensino).

PNAIC - Educação no Campo da Formação do Pacto Nacional de Alfabetização na Idade Certa, Brasília: 2013.

POLYA, George. **A Arte de resolver problemas**: um novo aspecto do método matemático. Trad. Heitor L. de Araújo. 2. ed. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

POCHO, Claudia Lopes; MEDEIROS, Márcia; SAMPAIO, Marisa Narciso; LEITE, Lígia Silva. **Tecnologia educacional**: descubra suas possibilidades na sala de aula. 7. ed. Petrópolis: Vozes, 2012.

PONTES, Fernando Augusto Ramos; MAGALHAES, Celina Maria Colino. A estrutura da brincadeira e a regulação das relações. **Psicologia: Teoria e Pesquisa**, Brasília, v.18, n.2, p.213-219, maio/ago. 2002.

_____. A transmissão da cultura da brincadeira: algumas possibilidades de investigação. **Psicologia: reflexão e crítica**, v.16, n.1, p.117-124, 2003.

RIBEIRO, F. D. **Jogos e modelagem na Educação Matemática**. Curitiba: IBPEX, 2008. v.6.

ROONEY, Anne. **A história da Matemática**. São Paulo: M Books do Brasil, 2012.

RICOEUR, Paul. The Task of Hermeneutics. In: THOMPSON, John B. (Ed.). **Hermeneutics and the Human Sciences**. New York: Cambridge University Press, 1981.



SANTOS, Eliane Costa. **Os tecidos de Gana como intervenção escolar**: uma atividade etnomatemática para sala de aula. 2008. Dissertação (Mestrado)- Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2008.

_____. **Além dos números...** África e africanidade em sala de aula de matemática : uma contribuição da etnomatemática para a formação de professores. Tese (Doutorado)- Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, 2013.

SANTOS, Heliel Ferreira dos. Simetria e reflexão: investigações em uma escola inclusiva. 2012. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) -Universidade Bandeirante de São Paulo, São Paulo, 2012.

SANTOS JUNIOR, Edson dos. **Ambiente escolar**: um estudo sobre a dimensão subjetiva. 2013. Dissertação (Mestrado)-Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2013.

SÃO PAULO (SP). Secretaria Municipal de Educação. **Interfaces Curriculares**: áreas do conhecimento e avaliação para a aprendizagem : 4º e 5º anos no Ensino Fundamental de 9 anos. São Paulo: SME, 2013.

SÃO PAULO (SP). Secretaria Municipal de Educação. Diretoria de Orientação Técnica. **Programa Mais Educação São Paulo**: subsídios para a implantação. São Paulo: SME/DOT, 2014.

SÃO PAULO (SP). **Visões de Área**: Matemática. São Paulo: SME, 1992.

SÃO PAULO (SP). Secretaria Municipal de Educação. Diretoria de Orientação Técnica. **Diálogos interdisciplinares a caminho da autoria**: elementos conceituais e metodológicos para a construção dos direitos de aprendizagem do Ciclo Interdisciplinar. São Paulo: SME/DOT, 2015.

SACRISTÁN, J. G. **Poderes instáveis em educação**. Espanha: Morata, 1998.

SÁNCHEZ, Pilar Arnaiz. A educação inclusiva: um meio de construir escolas para todos no século XXI. **Inclusão**: revista da Educação Especial, p. 7-18, out. 2005.

SEN, Amartya. **Desenvolvimento como liberdade**. São Paulo: Cia das Letras, 2000.

SEVERINO, A. Joaquim. **Educação, sujeito e história**. São Paulo: Olho D'Água, 2005.

_____. **O currículo**: uma reflexão sobre a prática. 3. ed. Porto Alegre: Artmed, 2000.

SILVA, V. L. **Africanidade e matemática na resistência cultural do negro**. 2009. Tese (Doutorado)-Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2009.

SOUZA, E. da S. **A prática social do cálculo escrito na formação de professores: a história como possibilidade de pensar questões do presente**. 2004. 284 p. Tese (Doutorado) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2004.

SOUZA, Maria Helena Soares. **Jogos pedagógicos em Matemática no Ensino Médio**: mais que motivação, metodologia. 2007. Tese (Doutorado) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.



SOUZA, V.R. **História e funções**: modelagem matemática. 2011. Dissertação (Mestrado)- Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2011.

SPINELLI, Walter. Aprendizagem Matemática em contextos significativos: objetos virtuais e percursos temáticos. 2005. Dissertação (Mestrado)-Universidade de São Paulo, São Paulo, 2005.

TAJRA, Sanmya Feitosa. **Informática na educação**: novas ferramentas pedagógicas para o professor na atualidade. 9. ed. São Paulo: Érica, 2012.

TONUCCI, Francesco. **40 anos com olhos de criança**. Tradução Maria Carmen Silveira Barbosa. Porto Alegre: Artmed, 2008.

VALENTE, J. A. (Org.). **O computador na sociedade do conhecimento**. Campinas: UNICAMP, 1999.

_____. **Computadores e conhecimento**: repensando a educação. Campinas: UNICAMP, 1993.

VALENTE, Wagner R. Positivismo e Matemática escolar nos livros didáticos no advento da República. **Cadernos de Pesquisa**, Fundação Carlos Chagas, Campinas, n. 109, mar. 2000.

VEIGA, Ana Margarida. Reforçar o valor regulador, formativo e o formador da avaliação das aprendizagens. **Revista de Estudos Curriculares**, v.3, n.2, p. 265-289, 2005.

VIGOTSKY, L.S. **Pensamento e linguagem**. São Paulo: Martins Fontes, 1991.

_____. **A formação social da mente**. 4. ed. São Paulo: Martins Fontes, 1991.

WINNICOTT, D. W. **O brincar e a realidade**. Rio de Janeiro: Imago, 1975.

_____. Por que as crianças brincam? In: _____. **A criança e o seu mundo**. Tradução Álvaro Cabral. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 1985.

ZANOLLA, Silvia Rosa Silva. **Videogame, educação e cultura**: pesquisas e análise crítica. Campinas: Alínea, 2010.

Consulte as obras disponíveis na Biblioteca Pedagógica
da Secretaria Municipal de Educação.
<http://portal.sme.prefeitura.sp.gov.br/biblioteca-pedagogica>
e-mail: smecopedbiblioteca@prefeitura.sp.gov.br
Telefone: 55 11 3396-0500

T O S

Z A G E M

Editorial

Centro de Multimeios | SME

Magaly Ivanov

Revisão - Biblioteca Pedagógica | CM | SME

Roberta Cristina Torres da Silva

Projeto Gráfico - Artes Gráficas | CM | SME

Ana Rita da Costa

Editoração - Artes Gráficas | CM | SME

Angélica Dadario

Cassiana Paula Cominato

Fernanda Gomes Pacelli



**PREFEITURA DE
SÃO PAULO
EDUCAÇÃO**

A Coleção Componentes Curriculares em Diálogos Interdisciplinares a Caminho da Autoria, fruto de um movimento coletivo, articulado sob a premissa de uma escuta sensível e do diálogo constante, onde se destacam a autoria e o protagonismo das(dos) profissionais nas diversas instâncias da Rede Municipal de Ensino de São Paulo.

Nesse caminhar, incorporando diferentes vozes e olhares, priorizamos um currículo crítico, inclusivo, descolonizado e emancipatório. Tal postura se legitima pelo compromisso político na garantia dos Direitos de Aprendizagem, inalienáveis, de todas as crianças e jovens desta cidade, estas e estes compreendidas(os) como sujeitos potentes e autônomos em suas integralidades, razões indispensáveis na construção de um processo educativo interdisciplinar que tenha significado e que dê sentido à vida, numa atuação incansável por uma sociedade cada vez mais democrática, justa, que reconheça as múltiplas diferenças e pluralidades como fatores de enriquecimento das possibilidades educativas.

O nosso intuito é que as reflexões e proposições contidas nestas páginas mobilizem e promovam debates e possíveis ressignificações nos diferentes tempos e espaços educativos, fortalecendo assim a escola laica, sempre aberta à comunidade e orientada na implementação e consolidação da política pública educacional, garantindo a Qualidade Social da Educação.